



Koch Valéria Gimnázium, Általános Iskola,
Óvoda, Kollégium és Pedagógiai Intézet
Valeria Koch Gymnasium, Grundschule,
Kindergarten, Schülerwohnheim und Pädagogisches Institut
OM: 200406

H - 7624 Pécs / Fünfkirchen Tiborc u. 28/1.
Tel.: +36 72 514 190, 518 630 Fax : +36 72 514 194
E-mail : iroda@dus.sulinet.hu Internet: www.kvi-pecs.hu

Helyi tanterv

Matematika

1-12. évfolyam

Készült a 2020-as NAT-hoz illeszkedő tartalmi szabályozók alapján

Pécs, 2020. augusztus 1.

MATEMATIKA

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról mint tudásrendszerről és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mind inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytan, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunktól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), Internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok (például Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann) életének, munkásságának megismerése.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértetése.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nem csak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódó tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

A tanítás-tanulás folyamatában a sajátos igényű tanulók megsegítése a Szakértői Bizottság szakvéleményében meghatározottak alapján történik. Differenciált tanórávezetés, csökkentett tananyagtartalom, hosszabb időkeret biztosítása és a tanulók önmagukhoz mért fejlődése alapján történő értékelés segíti a tanulók beilleszkedését, illetve sikeres továbbhaladását. Fontos a pozitív megerősítés: azokat a készségeket, képességeket erősítjük, amelyekben a gyerek jól teljesít. Figyelembe kell venni a gyerek egyéni tempóját is.

A Koch Valéria Iskolaközpont egy német nemzetiségi iskola, így a gyerekek nevelése és oktatása során különösen nagy hangsúlyt kap a német nemzetiség ismeretének és a német nyelv tudásának az elsajátítása. Ezt igyekszünk matematikaórán is támogatni. Amennyire lehet, a szakórán is előkerülnek a német nemzetiséghez kapcsolódó feladatok. Lehetőség nyílik erre például a szöveges feladatok, statisztika, matematikatörténet terén. A német nyelv elsajátítását német nyelvű matematikacsoportok indításával tudjuk támogatni. Iskolánkban elsőtől tizenkettedikig minden évfolyamon van német nyelvű matematikacsoportunk, gimnáziumi évfolyamainkon több is. Az ezen csoportba járó diákok a matematika szakszókincsét nem csak magyarul, hanem németül is elsajátítják.

Általános iskola 1-4. évfolyama

Az alsó tagozatos matematikatanítás legfőbb célja a matematikai ismeretek és gondolati tevékenységek széles körű tapasztalati alapozása, valamint a kapcsolódó biztos matematikai készségek kialakítása, melyekre a későbbi évfolyamok építhetnek. Alapvető fontosságú, hogy a gyerekek valóságon alapuló saját cselekvő tapasztalataik és élményeik révén jussanak el jól megértett, sok szálon kapcsolódó ismeretekhez, mert ezek jelentik majd a hétköznapi életben hosszú távon használható tudásukat.

A matematika spirális felépítésének megfelelően alsó tagozaton széles körű tárgyi tevékenységek alapozzák meg a változatos képi ábrázolásokat, amelyek szükségesek a későbbi absztrakcióhoz, és alkalmassá teszik a tanulókat a felső tagozaton, középiskolában megjelenő szimbolikus gondolkodásra.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

A tanulás kompetenciái: Az alkalmazható matematikatudás megszerzését segíti a tanulók ösztönzése kérdések, problémák megfogalmazására. Emellett a tanulók szabadabb kommunikációja érdekében fontos, hogy merjenek segítséget kérni a tanítótól és társaiktól, ha nehézségekbe ütköznek munkájuk során. Fontos az is, hogy a tanulóközösség természetesnek vegye, a tanulási folyamat részének tekintse a tévedést, a vitákat. Ez akár az egész tanulócsoportot érintő, interaktív formája az egymástól való tanulásnak.

A kommunikációs kompetenciák: A tanulók kommunikációs képességeinek fejlesztését segítik a kooperatív munkaformák, amelyek lehetőséget adnak a szóbeli és írásbeli kifejezőkészség gyakorlására. Kezdetben saját kifejezőeszközeikkel kommunikálhatnak, például megmutatással, rajzzal, mozgással, saját szavakkal. Ezeket később fokozatosan segítünk egyre pontosabbá, szakszerűbbé tenni. Ez támogatja a matematika nyelvének megértését, a matematikai szövegalkotást, ami elengedhetetlen a matematikai gondolkodáshoz, a valóságos problémákat leíró matematikai modellek megalkotásához. A matematika nyelvének megfelelő alkalmazása a matematikai szókincs ismeretét, valamint a nyelvtani kapcsolatok helyes értését és használatát jelenti, amiket szintén alsó tagozaton alapozunk.

A digitális kompetenciák: A tanuló a digitális eszközöket már ebben a nevelési-oktatási szakaszban is a tanulás, gyakorlás szolgálatába állítja, amikor egyszerű matematikai jelenségeket figyel meg számológépen, vagy számítógépes fejlesztő játékokat használ a műveletek, a problémamegoldás gyakorlására.

A matematikai, gondolkodási kompetenciák: A matematikai gondolkodás fejlesztése szempontjából kiemelt szerepe van a logikai, a stratégiai és a véletlennel kapcsolatos játékoknak. Alsó tagozaton évfolyamonként spirálisan visszatérnek ugyanazok a témakörök, újabb elemekkel bővülve.

Bizonyos tevékenységeket újra és újra elvégzünk, egyrészt azért, mert ez segíti az analógiák épülését, másrészt mert lehetőséget nyújt a kapcsolódási pontok keresésére, megértésére a matematika különböző területei és ismeretei között. Kiemelt szerepe van az alkotó gondolkodás fejlesztésének, ugyanis a gyermek azt érti meg, amit meg is alkot. Az alkotás segít, hogy a tanuló értve tudja megalkotni maga számára az új fogalmakat, beágyazva a formálódó fogalmi rendjébe.

Fontos, hogy egy-egy témakört, problémát, ismeretet több oldalról, sokrétűen és mind szemléletükben, mind matematikai tartalmukban egyaránt változatos eszközök használatával, tevékenységeken keresztül közelítsünk meg. Ez segíti, hogy a gondolkodás rugalmas maradjon, valamint a fogalmak és ezek egymás közti viszonyai, összefüggései igazán megértésre kerüljenek, elmélyüljenek.

Az ismeretek, fogalmak elmélyülését segíti az analógiás gondolkodás is, mely a felismert törvényszerűségeket alkalmazza hasonló vagy egészen más területeken. Ennek fejlesztése is fontos feladat az egyes témakörökben: a bővülő számkör fejben és írásban végzett műveletei során, a szabályjátékok kapcsán, a méréseknél, egyszerű és gondolkodtató szöveges feladatok különbözőképpen megfogalmazott problémáiban, térben és síkban végzett alkotásoknál, illetve mindezen területek összekapcsolásakor. A tanulók a sokféle formában megjelenő közös jegyek alapján alakítják ki a fogalmak belső reprezentációját, ezért alsó tagozaton nem szerepelnek megtanulandó matematikai definíciók a tananyagban. A konkrét tevékenységek csak lassan válnak belsővé, gondolatívá. Ennek kialakulásához megfelelő időt kell biztosítani, ami egyénenként eltérő lehet, és ritkán zárul le alsó tagozatban. A tanulók a tanórán hallott kifejezéseket először megértik, majd később maguk is helyesen használják azokat. A kerettantervben azok a fogalmak szerepelnek, amelyek helyes alkalmazását elvárjuk a tanulóktól, de a meghatározását nem.

A személyes és társas kapcsolati kompetenciák: Alsó tagozaton a matematikai fejlesztés fontos eszköze a játék, mely a személyiségfejlesztő és közösségépítő hatása mellett élvezetes módot kínál minden témakörnél a problémafelvetésre, problémamegoldásra és a gyakorlásra.

A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái: A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák: A problémafelvetés és -megoldás során a tanuló maga fedezi fel a megoldáshoz vezető utat, megtapasztalja, hogy több lehetséges megoldási út is van. A különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét.

Az alsó tagozaton a témaköröket nem lehet élesen, órákra lebontva elkülöníteni. Az egyes témakörök egymást erősítik, kiegészítik, magyarázzák. A matematikatanítás így lesz igazán komplex. Minden órának szerves része a különféle problémák felvetése. A halmazok képzése, vizsgálata minden témakört áthat. Minden órán lehet számolást gyakorolni, szöveges feladatot megoldani, játékos formában, néhány percben. A gyerekek

életkori sajátosságaihoz igazodik a gyakori tevékenységváltás, és ez egyszerre több témakört is érinthet. Az óraszám nem jelenti azt, hogy a témakört egymás utáni órákon kell feldolgozni, és azt sem, hogy az adott óraszám alatt egy-egy témakör lezárásra kerül. Az egyes témaköröknél megjelenő óraszám inkább csak a tananyagelosztás időbeli arányaira igyekszik rámutatni, ugyanakkor nem jelöli ki az egyes témakörök fontossági sorrendjét.

Az 1. osztály első félévét a matematikatanulás területén is előkészítő időszaknak tekintjük. Így biztosítható az óvoda-iskola átmenet megkönnyítése, így adódik lehetőség a más-más óvodából érkező tanulók alapos megfigyelésére, képességeik feltérképezésére. Az előkészítő szakasz megnyújtásával lehetőség nyílik a pszichikus és kognitív funkciók fejlesztésére, megerősítésére, ami által a hátrányokkal induló tanulók is sikeresen felzárkózhatnak.

A képességek fejlesztése, a fogalmak érlelődése hosszú folyamat, amihez gazdag és változatos tapasztalatokra van szüksége minden tanulónak. Ez azt jelenti, hogy tervezéskor egységes szemlélettel kell tekinteni az összes tanulási területre. Egyéni tempóban, sokféle érzékelésre támaszkodva, mozgásokkal és manuálisan összekapcsolható tevékenységekkel indulnak el a tanulók az ismeretszerzés útján.

A matematikai fejlesztés szoros kapcsolatban áll a zenei, művészeti, technológiai és mozgásos fejlesztéssel.

Az előkészítő időszak félévében is megjelenhetnek jelek és egyedi számok, számjelek, elkezdődhet a szám- és műveletfogalom előkészítése összehasonlításokkal, meg- és leszámlálásokkal, mondókázásokkal, változások megfigyelésével. A tanulók érettségéhez, képességeihez igazodó differenciált tanítási, értékelési módszerek megválasztásával valósul meg a tervezés, melyben a differenciált fejlesztés, a többség mellett a lemaradók és a tehetségesebbek gondozása egyaránt teret kap. A differenciálás egyik lehetséges módja a digitális eszközökön való játék és feladatmegoldás vagy a hosszabb ideig biztosított eszközhasználat.

Első osztályban az óvodából érkező gyermekek könnyebb, fokozatosabb beilleszkedését segíti a 45 perces órák, az előre megírt tanmenetek rugalmas kezelése, a tanulók igényeinek, fejlődési tempójának megfelelően alakított és alakítható napirend. A tanítók rövidebb időintervallumonként váltanak a különböző jellegű tevékenységek között, ami a tanulók figyelmének hatékonyabb kihasználását is lehetővé teszi.

A további teendőket, még a második osztály végére előirányzott tanulási eredmények elérésének útját és megvalósítását is, a cselekedtetés módszere vezérli. A kisgyerek a konkrét tárgyi tevékenységek során szerzett tapasztalatai alapján alakít ki belső reprezentációkat. A tevékenységekben szereplő tárgyi valóság képezi az absztrakt fogalmak tartalmát, és az ott átélt kapcsolatok alapozzák meg a fogalmak rendszerét. A saját testi mozgások, a hétköznapi életben előforduló tárgyak, dolgok és a már régóta rendelkezésre álló matematikai eszközök (például: logikai készlet, színes rudak) felhasználása megfelelő támaszt nyújtanak a cselekvő tapasztalatra épülő tanítás-tanulás megvalósításában.

Ebben az időszakban történik meg minden témakör alapozása. Fontos, hogy ezek az alapok nagyon szilárdak legyenek, ezért a fő hangsúly a megértésen, fejlesztésen van, nem pedig a számonkérésen. Nem baj, ha még lassúbb a számolás, ha a tanuló még nem ismeri fel az összefüggéseket, segítő jelenlétével a tanító biztosítani tudja az előrehaladást. A fejben számolás egyes lépéseinek megértéséhez alkalmazott eszközök használatát engedhetjük addig, ameddig az eljárások értő, automatikus használata ki nem alakul.

Az első két évet meghatározó alapozó tevékenységek folytatása mellett 3-4. osztályban fokozatosan több szerepet kapnak a fogalmi gondolkodást előkészítő megfigyelések, az összefüggések felfedeztetése, a képi információk feldolgozása és az általánosítás. A tanulók egyre önállóbban értelmezik a hallott, olvasott matematikai tartalmú szövegeket, és maguk is alkotnak ilyeneket szóban és írásban.

A kapcsolatok, összefüggések, feltételezések és magyarázatok felismerése és értelmezése hozzátartozik a fogalmak építéséhez és egyben a kreatív, problémamegoldó és logikai gondolkodás fejlődéséhez. A tanulási folyamat szerves részeként nagy szerepet kap a vélemények megfogalmazása, meghallgatása, ütköztetése. A tanulók munkájának értékelésében hangsúlyt kap az önismeretet és önértékelést alakító szempontok tudatosítása. Mindezek segítik a tanulókat a felső tagozatba lépéskor az átmeneti nehézségek leküzdésében.

A kis számok körében – az első két évfolyamon – megkezdett számfogalom-alakítást tovább erősítjük a nagyobb számkör segítségével, és tapasztalatot szerzünk a nagyobb számokról. Emellett tevékenységeket végzünk a tört számok és a negatív számok fogalmának alapozására.

Fontos továbblépés, hogy a 4. évfolyam végére rutinszerűvé válik az alapműveletek végzése a 100-as számkörben.

A mérési tapasztalatok gazdagodnak, de még mindig a mennyiségek helyes képzetének kialakítása a fontos. Az eszköz nélküli átváltás nem követelmény.

A tanulók a geometriai feladatok során is egyre önállóbban és pontosabban meg tudják fogalmazni észrevételeiket, jellemezni tudják alkotásaikat. Negyedik évfolyam végére a sok tevékenység eredményeként bizonyos fogalmakról biztos tapasztalattal rendelkeznek, melyekre szükségük lesz a felső tagozaton.

Az értékelés elvei és eszközei

A tanév során az értékelés alapja a tanulók állandó megfigyelése. A **folyamatos, fejlesztő célzatú szóbeli értékelés** visszajelzést ad a tanuló számára munkájának eredményességéről, rendszeres tanulásra ösztönöz.

A **tanév eleji diagnosztikus felmérés** segíti a tanítót a tanulók előzetes ismereteinek feltérképezésében, útmutatást ad a tanulócsoportra szabott tanítási módszerek, eljárások kiválasztásában.

Témákat lezáró írásbeli felmérések tájékoztatják a tanítót, a tanulót és a szülőt a tanuló teljesítményéről a helyi tantervben rögzített követelményekhez viszonyítva.

A témákat lezáró írásbeli felmérések értékelése:

százalékos eredmény	érdemjegy
91 – 100	jeles
76 – 90	jó
61 – 75	közepes
41 – 60	elégséges
0 – 40	elégtelen

A **tanév végi felmérés** megmutatja az adott évfolyamon elsajátított ismeretek mennyiségét és minőségét.

Az értékelés kiemelt szempontjai:

- a tanulók önmagukhoz mért fejlődése,
- az alapvető készségek, képességek fejlettségi szintje,
- tárgyi tevékenységben való jártasság,
- tanult műveletek értelmezése,

– a tanult számolási eljárások ismerete és alkalmazása.

Matematika tantárgy óraszása 1-4. évfolyamon

	A tantárgy heti óraszása	A tantárgy éves óraszása
1. évfolyam	4	144
2. évfolyam	4	144
3. évfolyam	4	144
4. évfolyam	4	144

Sprachliche Kompetenzen

Operatoren¹ (sprachliche Handlungsaufforderungen, Arbeitsanweisungen) im Fach Mathematik, die in den Jahrgangsstufen 1-4 verwendet werden:

Erläuterung zu den Operatoren in der Tabelle:

bewerten: Der Operator muss in den Klassenstufen 1-4 eingeführt werden.

berechnen: Fachspezifischer Operator, der in den Mathematikstunden eingeführt werden muss.

OPERATOREN	ERLÄUTERUNGEN
Reproduktion	<i><u>Wiedergabe</u> von Sachverhalten aus einem begrenzten Gebiet und im gelernten Zusammenhang sowie die <u>Verwendung</u> gelernter und geübter Arbeitstechniken und Methoden.</i>
beobachten	Personen, Gegenstände, Erscheinungen und Vorgänge gezielt wahrnehmen und erfassen.
nennen	Inhalte, Sachverhalte aus vorgegebenem Material oder Kenntnisse in eigenen Worten ohne Kommentierung angeben bzw. fachsprachlich richtig bezeichnen.
beschreiben	Gegenstände, Sachverhalte, Personen und Vorgänge geordnet und verständlich wiedergeben.
berechnen	Ergebnisse von einem Ansatz oder einer Formel ausgehend durch Rechenoperationen gewinnen.

¹ Wurzeln und Flügel: Sprachliche Kompetenzen für den bilingualen Fachunterricht der deutschen Nationalitätenschulen in Ungarn, Teil 01, S. 20-52
<https://udpi.hu/hu/sprachliche-kompetenzen-teil-i/file>

OPERATOREN	ERLÄUTERUNGEN
<i>zeichnen, graphisch darstellen</i>	Eine maßstäblich hinreichend exakte graphische Darstellung anfertigen.
Reorganisation/Transfer	<i>Das selbstständige <u>Bearbeiten</u>, <u>Ordnen</u> und <u>Erklären</u> bekannter Sachverhalte sowie das angemessene <u>Anwenden</u> gelernter Inhalte und Methoden auf andere Sachverhalte.</i>
gliedern	Unterrichtsgegenstände nach selbst gewählten oder vorgegebenen Kriterien in Gruppen ordnen.
einordnen/zuordnen	Einen Sachverhalt/eine Aussage nachvollziehbar in einen genannten Zusammenhang einfügen.
charakterisieren	Die wesentlichen Merkmale von Unterrichtsgegenständen erarbeiten.
erklären	Prozesse, Phänomene und Zusammenhänge von Erscheinungen erfassen und fachsprachlich angemessen hinsichtlich ihrer Gesetzmäßigkeiten bzw. Ursachen nachvollziehbar darstellen.
vergleichen	Nach vorgegebenen oder selbst gewählten Gesichtspunkten Gemeinsamkeiten, Ähnlichkeiten und Unterschiede ermitteln und darstellen.
untersuchen	Unter bestimmten Aspekten Materialien auf Sachverhalte, Leitgedanken hin untersuchen und Zusammenhänge zwischen den Sachverhalten herstellen.

OPERATOREN	ERLÄUTERUNGEN
<i>entscheiden</i>	einen Sachverhalt oder eine Behauptung unter Verwendung gültiger Schlussregeln oder Berechnungen auf bekannte, gültige Aussagen zurückführen

1. évfolyam

Témakör címe	órakeret
1. Válogatás, halmazok alkotása, vizsgálata	4 óra
2. Rendszerezés, rendszerképzés	4 óra
3. Állítások	4 óra
4. Problémamegoldás	4 óra
5. Szöveges feladatok megoldása	5 óra
6. Szám és valóság kapcsolata	10 óra
7. Számlálás, becslés	6 óra
8. Számok rendezése	6 óra
9. Számok tulajdonságai	9 óra
10. Számok helyi értékes alakja	5 óra
11. Mérőeszköz használata, mérési módszerek	10 óra
12. Alapműveletek értelmezése	10 óra
13. Alapműveletek tulajdonságai	8 óra
14. Szóbeli számolási eljárások	10 óra

15. Fejben számolás	9 óra
16. Alkotás térben és síkon	4 óra
17. Alakzatok geometriai tulajdonságai	6 óra
18. Transzformációk	3 óra
19. Tájékozódás térben és síkon	4 óra
20. Összefüggések, kapcsolatok, szabályszerűségek felismerése	9 óra
21. Adatok megfigyelése	3 óra
22. Valószínűségi gondolkodás	3 óra
23. Év végi összefoglalás	8 óra
Összes óraszám	144 óra

1. témakör	Válogatás, halmazok alkotása, vizsgálata	Órakeret 4 óra (a tanév folyamán elosztva)
-------------------	---	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Tárgyak, dolgok felismerése különféle érzékszervekkel, más érzékszervek kizárásával, például csak hallással, csak tapintással. Tárgyak, dolgok tulajdonságainak felismerése különféle érzékszervekkel, mások kizárásával.	Megkülönböztet, azonosít egyedi konkrét látott, hallott, mozgással, tapintással érzékelhető tárgyakat, dolgokat, helyzeteket, jeleket.	
Két vagy több dolog különbözőségének és azonosságának felismerése egy vagy több szempont alapján.	Két szempontot is figyelembe vesz egyidejűleg. Két meghatározott tulajdonság egyszerre történő figyelembevételével szétválogat adott elemeket: tárgyakat, személyeket, szavakat, számokat, alakzatokat.	<i>Német nyelv és irodalom:</i> tárgyak, élőlények összehasonlítása különböző tulajdonságok alapján, pl. élőhely, táplálkozási mód stb.
Közös tulajdonságok megfigyelése személyeken, tárgyakon, képeken, alakzatokon, jeleken.	Játékos feladatokban személyeket, tárgyakat, számokat, formákat néhány meghatározó tulajdonsággal jellemez.	
A tulajdonságok változásának felismerése.	Tudatosan emlékezetébe vési az észlelt tárgyakat, személyeket, dolgokat, és ezek jellemző tulajdonságait, elrendezését, helyzetét.	
Rész-egész viszonyának vizsgálata tevékenységekkel.		

Adott elemek válogatása választott vagy megadott szempont szerint.	Válogatásokat végez saját szempont szerint személyek, tárgyak, dolgok, számok között. Személyek, tárgyak, dolgok, szavak, számok közül kiválogatja az adott tulajdonsággal rendelkező összes elemet.	<i>Német nyelv és irodalom:</i> tárgyak, élőlények csoportosítása különböző tulajdonságok alapján, pl. élőhely, táplálkozási mód stb.
Elkezdett válogatás során létrejövő halmazelemek közös tulajdonságának felismerése, megnevezése; címkézés, a válogatás folytatása.	Felismeri a mások válogatásában együvé kerülő dolgok közös és a különválogatottak eltérő tulajdonságát. Folytatja a megkezdett válogatást felismert szempont szerint.	
A logikai „nem” használata a tulajdonság tagadására. Halmazok képzése tagadó formában megfogalmazott tulajdonság szerint, például <i>nem piros</i> .	Azonosítja a közös tulajdonsággal rendelkező dolgok halmazába nem való elemeket. Megnevezi egy adott tulajdonság szerint ki nem válogatott elemek közös tulajdonságát a tulajdonság tagadásával.	
Konkrét tárgyak, készletek elemeinek halmazokba rendezése mozgásos tevékenységgel.		
Elemek elhelyezése halmazábrában.	Halmazábrán is elhelyez elemeket adott címkék szerint. Adott, címkékkel ellátott halmazábrán elhelyezett elemekről eldönti, hogy a megfelelő helyre kerültek-e; a hibás elhelyezést javítja. Talál megfelelő címkéket halmazokba rendezett elemekhez. Megfogalmazza a halmazábra egyes részeibe kerülő elemek közös, meghatározó tulajdonságát; helyesen	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szavak csoportosítása szótagszám szerint.

	használja a logikai „nem” és a logikai „és” szavakat, valamint a velük azonos értelmű kifejezéseket.	
Tulajdonságok alapján igaz állítások megfogalmazása.	Barkochbázis valóságos és elképzelt dolgokkal is, kerüli a felesleges kérdéseket. Megfogalmaz adott halmazra vonatkozó állításokat; értelemszerűen használja a „mindegyik”, „nem mindegyik”, „van köztük...”, „egyik sem...” és a velük rokon jelentésű szavakat. Megítéli, hogy adott halmazra vonatkozó állítás igaz-e vagy hamis.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> természeti jelenségekről tett igaz-hamis állítások.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	tulajdonság, azonos, különböző, logikai „nem”	
Javasolt tevékenységek	– „Mi változott?” játék tanulókon, tárgyakon, „Nézd csak! Mi változott?” kártyakészleten történő változtatások megfigyelése – „Varázzsákból” kívánt tulajdonságú plüssállat, forma, logikai lap, tapintható számjegy, betű kiválasztása – Activity-típusú játék különféle témakörökben mutogatással, rajzolással, körülírással – „Repül a, repül a ...” játék közös tulajdonság megfigyeléséhez – Játék: tanító által készített 3, 4 ábrás kártyakészlettel, tananyaghoz igazított tartalommal – Játék: tanító által készített logikai kártyacsomaggal – „Kapuőr” útválasztó játék például: mozgással, logikai készletek elemeivel, számokkal, formákkal – Logikai lapokból „kígyó” készítése, a szomszédos elemek között 1-2-3-4 eltérő tulajdonsággal – Táblás stratégiai játék, logikai lapokkal – Tanulók, tárgyak válogatása hulahoppkarikán belülrre és kívülrre – Átlátszó dobozokba logikai készlet elemeinek válogatása; részhalmazra vezető válogatás esetén a dobozok egymásba helyezése tanulói ötlet alapján	

2. témakör	Rendszerezés, rendszerképzés	Órakeret 4 óra (a tanév folyamán elosztva)
-------------------	-------------------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek		Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Saját eszközök, felszerelések számbavétele és rendben tartása.			
Barkochbázis konkrét dolgok kirakásával. Barkochbázis során felesleges kérdések kerülése, felismerése.		Barkochbázis valóságos és elképzelt dolgokkal is, kerüli a felesleges kérdéseket.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> Szókincs fejlesztés, lényegkiemelés
Adott halmaz elemeinek rendszerezése a tanító irányításával.		Felsorol elemeket konkrét halmazok közös részéből. Adott elemeket elrendez választott és megadott szempont szerint is.	
Feltételeknek megfelelő alkotások felsorolása egyszerű esetekben: két feltétel esetén, kis elemszámú problémánál.		Megkeresi egyszerű esetekben a két, három feltételnek megfelelő összes elemet, alkotást. Megfogalmazza a rendezés felismert szempontjait.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Nincs új fogalom.		
Javasolt tevékenységek	– „Elvitte a szarka” játék: hiányzó elem megtalálása rendszerezés segítségével		

	– Barkochba játék különféle logikai készleteken többféle szabály szerint, például egyszerű barkochba, fordított barkochba, barkochba két elem egyszerre történő kitalálására, kapcsolati barkochba; ezek mindegyikének kipróbálása hazudósan is – „Királyos” játék logikai lapokkal párban: egy kiválasztott elem jelképezi a királyt; az egyik játékos olyan lapot választ, ami a királytól két tulajdonságban tér el, a másik játékosnak olyan lapot kell választania, ami a királytól és a társa által választott laptól is két-két tulajdonságban tér el; a következő körben szerepcsere; veszít, aki nem tud rakni – Két szempont szerint elemek táblázatba rendezése, hiányzó elem megtalálása – Öltöztethető papírbaba különböző öltözékeinek kirakása – Többgombócos fagylaltok összeállítása színes korongokkal – Különböző „vonatok” kirakása megadott színes rudakból – Adott feltételeknek megfelelő építmények, szőnyegek színes rúddal – Piros-fehér-zöld csíkokból 3 sávós zászlók összeállítása – Táncospárok, kézfogások szituációs játékokkal
--	---

3. témakör	Állítások	Órakeret 4 óra (a tanév folyamán elosztva)
------------	-----------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Konkrét tevékenységekhez kapcsolt köznyelvi és matematikai tartalmú kijelentések, állítások megfogalmazása adott helyzetről, személyekről, tárgyakról, dolgokról, képről, történésekről, összességekről szabadon és irányított megfigyelések alapján.	Megítéli, hogy adott halmazra vonatkozó állítás igaz-e vagy hamis.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> Szókincs fejlesztés, lényegkiemelés

Konkrét, megfigyeléssel ellenőrizhető állítások igazságának eldöntése.	Egy állításról ismeretei alapján eldönti, hogy igaz vagy hamis. Ismeretei alapján megfogalmaz önállóan is egyszerű állításokat.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> természeti jelenségekről tett igaz-hamis állítások.
Egyszerű, lezárt hiányos állítások igazságának megítélése.	Példákat gyűjt konkrét tapasztalatai alapján matematikai állítások alátámasztására.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	igaz-hamis	
Javasolt tevékenységek	– „Telefonos” játék párban vagy csoportban: az egyik játékos elkészít egy alkotást (tárgyakból, színes rudakból, alakzatokból, számokból) úgy, hogy más ne láthassa; ezután az alkotásról mond mondatokat, ami alapján a többieknek is ugyanazt kell létrehozniuk; lehet kérdezni, ha nem elegendő a megadott információ; ha mindenki kész, ellenőrzik az alkotásokat – „Rontó” játék: logikai lapokból, számokból, formákból alkotott kiinduló halmaz elemeire igaz állítás megfogalmazása, ennek elrontása egy új elemmel, majd új igaz állítás megfogalmazása az új halmazra, és így tovább – „Jancsi bohóc azt mondja, hogy...” játék: állítások értékelése tárcsával, például zöld (mosolygós fej), ha igaz, piros (szomorú fej), ha hamis – „Mi kerülhet a dobozba?” játék: egy hiányos állítás változója egy doboz, amibe tárgyakat helyezve egészítjük ki a mondatot, majd döntünk az állítás igazságáról – „Foltozós” feladat: lyukas papírcsíkon hiányos állítás, például „A hmm-hmm-nek négy lába van”; ha úgy helyezzük a papírcsíkot, hogy a lyukon keresztül egy kutya képe látszik, akkor igaz az állítás, ha egy rigó képe látszik, akkor hamis	

4. témakör	Problémamegoldás	Órakeret 4 óra (a tanév folyamán elosztva)
-------------------	-------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek		Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Hétköznapi helyzetekben, tevékenységek során felmerülő problémahelyzetben megoldás keresése.		A tevékenysége során felmerülő problémahelyzetben megoldást keres, kérésre, illetve problémahelyzetben felidézi a kívánt, szükséges emlékképet.	<i>Erkölcstan:</i> élethelyzetek elemzése, problémamegoldás
Megfogalmazott probléma értelmezése tevékenységgel, megjelenítéssel. Tevékenységgel, megjelenítéssel értelmezett probléma megoldása.		Megfogalmazott problémát tevékenységgel, megjelenítéssel, átfogalmazással értelmez, az értelmezett problémát megoldja.	
Ismert problémák, feladatok megoldása változatos formákban.		Megoldását értelmezi, ellenőrzi; kérdést tesz fel a megfogalmazott probléma kapcsán. Tevékenység, ábrarajzolás segítségével megold egyszerű, következtetési szöveges feladatokat.	
Részvétel egy- és többszemélyes logikai játékban.		Egy- és többszemélyes logikai játékban döntéseit mérlegelve előre gondolkodik.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	nincs új fogalom		

Javasolt tevékenységek	– „Boltos” játék frontálisan irányítva vagy párban vagy csoportban: a tanító egy bolt kirakatát rendez be (valós tárgyakkal vagy képekkel), és megadja a termékek árait; a tanulók a kirakatot nézve vizsgálják a termékeket és azok árait, boltost és vevőt választanak, vásárolnak játékpénzekkel, adott feltételnek megfelelő különféle kifizetéseket gyűjtenek – Útvonal keresése térbeli és síkbeli labirintusokban – Problémák lejátszása szerepjátékként, bábokkal, eszközökkel, például „kecske-farkas-káposzta”; „öntögetések”; „helycserélések” – Origamik készítése – Visszaemlékezés korábbi történetek egymásutánosságára a tanulók saját élményeivel kapcsolatban, játékok során vagy például az „Én elmentem a vásárba” című dal éneklésével – Cselekvéssor visszafelé lejátszása, például: megfordítható napi tevékenységek végzése oda-vissza, útvonalak bejárása, visszatalálás – Láncmesék lejátszása – Mesékben valamely cselekvés, körülmény változtatása esetén a következmények átgondolása: „Mi lenne, ha ...”; Kalandválasztós történetek, például: Varró Dániel: Leprikónok átka – Műveletsor lejátszása sorba állított dobozokba apró tárgyak pakolásával, majd a műveletsor lejátszása visszafelé – Egyszerűbb táblás logikai, stratégiai játékok; kártyajátékok – Logikai rejtvények egyszerűbb feladványai, például: sudoku (kisebb méretű, állatokkal, növényekkel...), Lakótelepi panoráma, futoshiki (több-kevesebb sudoku), binary sudoku
--	---

5. témakör	Szöveges feladatok megoldása	Órakeret 5 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------------	--	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
--	-----------------------------------	-----------------------------------

Elmondott történet, helyzet értelmezése közösen eljátszással; megjelenítése kirakásokkal, rajzokkal. Elmondott szöveges feladatok értelmezése közösen eljátszással, megjelenítése kirakásokkal, rajzokkal tanítói segítséggel.	Értelmezi, elképzei, megjeleníti a szöveges feladatban megfogalmazott hétköznapi szituációt.	<i>Német nyelv és irodalom:</i> tárgyak, élőlények csoportosítása különböző tulajdonságok alapján, pl. élőhely, táplálkozási mód stb.
Adatok gyűjtése, lényeges adatok kiemelése tanítói segítséggel. Kérdés értelmezése, a keresendő adatok azonosítása tanítói segítséggel.	Szöveges feladatokban megfogalmazott hétköznapi problémát megold matematikai ismeretei segítségével. Tevékenység, ábrarajzolás segítségével megold egyszerű, következtetési, szöveges feladatokat.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a hallott szöveg megértése, adatok keresése,
Nyelvileg és matematikailag helyes válasz megfogalmazása.	Választ fogalmaz meg a felvetett kérdésre.	
Egy-, kétlépéses alpműveletekkel leírható szöveges feladatok megoldása tanítói segítséggel.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	szöveges feladat, adat, információ, ellenőrzés, szöveges válasz	
Javasolt tevékenységek	– „Beszélgetés, történetmesélés eseményképekről, ábrákról szabadon és egy-egy részletre fókuszálva is – Relációs szókincs fejlesztése konkrét megjelenítéssel, például: „Ki az idősebb?”, „Kinek van kettővel több ceruzája?”, „Hány gombóc fagyit tudunk megenni összesen?”	

	– Adott szituációt leíró minél több mondat gyűjtése csoportban, például „A bal kezemben 2-vel több ceruza van, mint a jobb kezemben”, „A jobb kezemben 2-vel kevesebb ceruza van, mint a bal kezemben”, „Ha a jobb kezembe még 2 ceruzát veszek, akkor ugyanannyi lesz, mint a bal kezemben”, „Ha a bal kezemből leteszek 2 ceruzát, akkor ugyanannyi lesz, mint a jobb kezemben”
--	---

6. témakör	Szám és valóság kapcsolata	Órakeret 10 óra (a tanév folyamán elosztva)
------------	----------------------------	---

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Mennyiségek (hosszúság, tömeg, terület, űrtartalom, idő, pénz) összemérése, összehasonlítása: kisebb, kevesebb, nagyobb, több, ugyanakkora, ugyanannyi. A mennyiség, darabszám megmaradásának érzékszervi tapasztalatok során történő tudatosítása.	Összehasonlítja véges halmazokat az elemek száma szerint. Ismeri két halmaz elemeinek kölcsönösen egyértelmű megfeleltetését (párosítását) az elemszámok szerinti összehasonlításra.	<i>Német nyelv és irodalom, magyar nyelv és irodalom:</i> tapasztalatszerzés a közvetlen és tágabb környezetben, tárgyak megfigyelése, számlálása. <i>Ének-zene:</i> ritmus, taps.
Mennyiségi viszonyok jelölése nyíllal vagy a <, >, = jelekkel.	Helyesen alkalmazza a feladatokban a több, kevesebb, ugyanannyi fogalmakat.	
Számok tulajdonságainak vizsgálata cselekvő tapasztalatszerzés alapján.		
Kis darabszámok felismerése összkép alapján ránézésre többféle rendezett alakban.	Kis darabszámokat ránézésre felismer többféle rendezett alakban.	

Számképek felismerése többfelé bontott alakban is 20-ig. Számok többfelé bontása 20-ig.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	kisebb, nagyobb, ugyanakkora, több, kevesebb, ugyanannyi, párosítás, bontás	
Javasolt tevékenységek	– Relációs szókincs fejlesztése konkrét megjelenítéssel, például „Ki a magasabb?”, „Melyik ceruza hosszabb?”, „Melyik színes rúd rövidebb a kisujjadnál?” – Érzékszervi tapasztalatok gyűjtése mennyiségekről, darabszámokról, például „Bal kezedbe fogd a sötétkék rudat, csukott szemmel keress nála hosszabbat, rövidebbet, ugyanolyan hosszút!”, „Csukott szemmel dönts el, melyik fonal hosszabb, melyik vastagabb!”, „Melyik zsákban van több gesztenye?”, „Csukott szemmel, hallás alapján dönts el, hogy melyik zsákba ejtettem több gesztenyét!” – „Pénzcsörgető”: a gyerekek csukott szemmel hallgatják, ahogy egy tálba pénzürméket ejtünk; „Mennyi a tálban lévő pénzürmék összege?”, „Milyen értékű pénzeket csörgettünk, ha összesen 15 Ft van a tálban?” – „Helyi értékes pénzcsörgető”: különböző hangot adó tálakba ejtjük az érméket; az egyeseket az egyik tálba, a tízeseket a másikba, tetszőleges sorrendben – Mennyiség megmaradásának vizsgálata, például különböző alakú üvegekbe öntögetéssel – Darabszám megmaradásának vizsgálata, például ugyanannyi korong sűrűn egymás mellett és széthúzva; ugyanannyi korong rendezetlen és rendezett alakzatban – Mennyiségekkel, darabszámokkal kapcsolatos megfigyelések párosítással, összeméréssel a környezetünkben, például „Miből van több? Székből vagy gyerekből? Széklábból vagy asztallábból?”, „Jut-e mindenkinek lufi, pohár, szívószál, csákó?”, „Melyik sál hosszabb?” – Párkereső (2-es, 3-as, 4-es pár) valahányasával előre becsomagolt apró tárgyakkal, az „ugyanannyik” elnevezése – „Keveredj! Állj meg! Csoportosulj!” játék – Játék „pöttyöskártyával”, például memóriajáték többféle szabállyal (párt alkot az azonos számosságú, kettő különbségű, együtt 10-et adó)	

	– Játék dominókkal, például csapni kell arra, amelyiken összesen 7 pötty van – Gyorsolvasások tárgyképekkel, „pöttyöskártyákról” – Lufik számának bontása két csapat között a lufik ütögetésével: két csapat a saját térfeléről lufikat ütöget a másik csapat térfelére; tapsra leállnak, megszámlálják, melyik térfélen hány lufi van – „Bontó gép” készítése sajtos és fogkrémes dobozból: a felső nyílásán bedobott apró tárgyakkal (például babszemekkel) megjelenített számot a belsejében lévő elválasztók segítségével felbontja kisebb számokra – „Korongforgatás”: belső kép kialakítása a számok kétfelé bontásáról, például 6 kék korong és 0 piros, jobb szélső korong megfordítása, 5 kék korong és 1 piros, és így tovább – Szőnyegezések színes rudakkal
--	--

7. témakör	Számlálás, becslés	Órakeret 6 óra (a tanév folyamán elosztva)
-------------------	---------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Meg- és leszámlálások egyesével. Számlálás során az utolsó számnév hozzákapcsolása az összességhez.	Megszámlál és leszámlál; adott (alkalmilag választott vagy szabványos) egységgel meg- és kimér.	<i>Németnyelv és irodalom, magyar nyelv és irodalom:</i> tapasztalatszerzés a közvetlen és tágabb környezetben, tárgyak megfigyelése, számlálása. <i>Ének-zene:</i> ritmus, taps.
Becslés szerepének, korlátainak megismerése.		

Becslés ellenőrzése párosítással, összeméréssel.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	számlálás, becslés	
Javasolt tevékenységek	– Hétköznapi helyzetekben történő becslések, mérés számlálással, például „Hány lépés a tanteremtől az ebédlő?”, „Hány evőkanál egy tányér leves?”, „Hány harapással lehet megenni egy almát?” – Oda-vissza számlálás közben periodikus mozdulatok, például taps elöl, taps fent, taps hátul, ugrás, dobantás – „Lépj hozzám!” játékos feladat: a játékvezető a kör közepén áll, és egyesével kéri a játékosokat, hogy lépjenek hozzá egyforma lépésekkel, és fogjanak vele kezét, például „Anna, lépj hozzám 5 egyforma lépéssel!”, „Zsolt, lépj hozzám 24 egyforma lépéssel!” – 12-es, 13-as... 16-os... 20-as gyűjtések; – Tevékenységek madzagra fűzött színes gyöngyökkel, például „Húzz külön adott számú gyöngyöt minél gyorsabban!”, „Készíts négy egyforma csoportot!”; a felfűzés lehet összevissza vagy kettesével, ötösével, ... csoportosítva, 10-es, 20-as, számkörben tetszőlegesen megválasztott számú gyönggyel – Gyufaskatulyákban apró dolgok (például csavarok) számának becslése rázogatással	

8. témakör	Számok rendezése	Órakeret 6 óra (a tanév folyamán elosztva)
-------------------	-------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Számok nagyság szerinti összehasonlítása bontott alakban is: melyik nagyobb, mennyivel nagyobb.	Nagyság szerint sorba rendez számokat, mennyiségeket.	

Mennyiségi viszonyok jelölése nyíllal vagy a <, >, = jelekkel.		
Sorszámok ismerete, alkalmazása.	Érti a sorszám jelentését.	
Leolvasások a számegyenesről.	Megtalálja a számok helyét egyszerű számegyenesen.	<i>Testnevelés és sport:</i> sorban állás különböző szempontok szerint.
Számok, mennyiségek nagyság szerinti sorba rendezése.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	sorszám, számegyenes, számtábla, nagyobb, kisebb, növekedés, csökkenés, egyes számszomszéd	
Javasolt tevékenységek	– Ugróiskolába tetszőleges számok írása, a számokon növekvő, majd csökkenő sorban végigugrálás – Számok szemléltetéséhez, összehasonlításához, sorba rendezéséhez „élő számegyenes” létrehozása: a tanulók egy, a hátukra ragasztott számot képviselnek, és az értéküknek megfelelően foglalják el a helyüket növekvő vagy csökkenő sorrendben – Számvonal alkotása, például különféle színű gyufaskatulyákból, gyöngyökből – Korongszámegyenes készítése (pirosak és kékek 5-ös vagy 10-es váltakozásban) – Lépkedések különféle, változatosan alkotott számvonalakon – Sorszámok alkalmazása versenyek eredményhirdetésekor – Sorszámok húzása várakozáshoz, például ki hányadik sorát olvassa egy versnek – Kukás játék: mindenki rajzol 5 négyzetet és egy kukát; számokat húznak például 1–20-ig számkártyákból; a húzott számot mindenki beírja valamelyik négyzetbe úgy, hogy a négyzetekben levő számok végül növekvő sorrendben legyenek; ha valaki nem tudja beírni a húzott számot, akkor az a szám megy a kukába; az győz, aki leghamarabb kitölti minden négyzetét – Gyufaskatulyákon számok 0–10-ig, mindben annyi csavar, amelyik szám rá van írva; a számokat lefordítjuk, a skatulyák tömege, rázogatója segítségével rendezzük növekvő, csökkenő sorrendbe a számokat – „Vigyázz6!” játék – Lépkedések 10×10-es táblán, nevezetes irányok megfigyelése	

	– Üres 10×10-es táblán néhány megadott szám segítségével bizonyos helyek azonosítása – Számbarkochba „valaminél nagyobb”, „valaminél kisebb” kérdések segítségével
--	---

9. témakör	Számok tulajdonságai	Órakeret 9 óra (a tanév folyamán elosztva)
------------	----------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Számok kifejezése művelettel megadott alakokban, például: 7+8, 11-6.		
Párosság és páratlanság fogalmának alapozása tevékenységgel: párosítással és két egyenlő részre osztással.	Érti a páros és páratlan fogalmakat, azokat biztosan használja.	<i>Testnevelés és sport:</i> párok, csoportok alakítása.
Számok formai tulajdonságainak megfigyelése: számjegyek száma, számjegyek egymáshoz való viszonya. Számok tartalmi, formai jellemzése, egymáshoz való viszonyuk kifejezése kitalálós játékokban. Számjelek olvasása, írása.	Számokat jellemez tartalmi és formai tulajdonságokkal. Ismeri a római számjelek közül az I, V, X jeleket, hétköznapi helyzetekben felismeri az ezekkel képzett számokat. Helyesen írja az arab számjeleket.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mesékben előforduló számok. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> számjegyek formázása gyurmából, emlékezés tapintás alapján a számjegyek formájára.

Számok közti viszonyok megfigyelése, például: adott számnál nagyobb, kisebb valamennyivel.	Számot jellemez más számokhoz való viszonyával.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	számjegy; egyjegyű, kétjegyű számok; páros, páratlan	
Javasolt tevékenységek	– „Bontó gép” készítése sajtos és fogkrémes dobozból – „Korongforgatás” – Szőnyegezések színes rudakkal – Shut the box típusú játék két kockával – Számjelek megjelenítése nagymozgásokkal, például számjel alakúra formázott kötélén végiglépkedés, locsolókannával az iskolaudvaron, újjal írás zsemlemorzsaiba	

10. témakör	Számok helyi értékes alakja	Órakeret 5 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	------------------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Csoportosítások, beváltások valahányasával különféle eszközökkel, például apró tárgyakkal, tojástartóval, színes rudakkal, pénzekkel, abakusszal.		<i>Németnyelv és irodalom, magyar nyelv és irodalom:</i> tapasztalatszerzés a közvetlen és tágabb környezetben, tárgyak megfigyelése, számlálása.
Mérések különböző egységekkel és többszöröseikkel.		

Leltárak készítése az elvégzett tevékenységek alapján nem tízes számrendszerekben (főleg 3-asával, 4-esével, 2-esével való csoportosítást követően).	Összekapcsolja a tízes számrendszerben a számok épülését a különféle számrendszerekben végzett tevékenységeivel.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	csoportosítás, beváltás, leltár, bontott alak, tízes, egyes	
Javasolt tevékenységek	– Adott számosságú apró dolog csomagolása csoportmunkában, az elkészült csomagolások alapján leltárkészítés – Adott számosságú apró dolog csomagolása csoportmunkában hármásával, majd ugyanannyi csomagolása négyesével; a csomagolások alapján készült leltárak összehasonlítása – Csomagolások leltárak alapján – Csomagolások átlátszatlan és átlátszó csomagolással – Csoportosítások rajzolt képeken – Játék logikai készlettel: csoportosítás, beváltás, gyűjtött vagyon összehasonlítása (6 háromszög ér 1 négyzetet, 2 négyzet 1 kört) – Számországok pénzeinek csoportosítása, beváltása, leltározása, adott összeg kifizetése legkevesebb számú „érmével”, például petákkal (1, 3, 9, 27), fityingekkel (1, 2, 4, 8, 16) – Tevékenységek Dienes-készlettel	

11. témakör	Mérőeszköz használata, mérési módszerek	Órakeret 10 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	--	---

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
---	----------------------------	----------------------------

Változatos mennyiségek érzékszervi összehasonlítása, közvetlen összemérése, összemérése közvetítő segítségével.		<i>Technika, életvitel és gyakorlat: közvetlen környezetünk mérhető tulajdonságai.</i>
Mérési módszerek megismerése.		
Mennyiségek becslése, megmérése, kimérése választott alkalmi egységekkel, például: arasz, lépés, pohárnyi, kanálnyi, tenyérnyi; és objektív egységekkel, például: pálcikák, színes rudak.	Megbecsül, mér alkalmi mértékegységekkel hosszúságot, tömeget, űrtartalmat.	
Tapasztalatszerzés a mennyiségről mint az egység többszöröséről.		
Mennyiségek összehasonlítása; mennyivel nagyobb mennyiség, mennyivel kisebb mennyiség, hányszor akkora, hanyadrésze.		
Skálázott mérőeszközök készítése alkalmi egységekkel, használata tanítói segítséggel.	Helyesen alkalmazza a mérési módszereket, használ skálázott mérőeszközöket, helyes képzete van a mértékegységek nagyságáról.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat: mérések a mindennapokban, vonalzó használata.</i>
Időbeli tájékozódás, időbeli periódusok megismerése; időbeli relációt tartalmazó szavak értelmezése. Az időmérés egységeinek megismerése: óra, perc, másodperc.	Ismeri az időmérés szabványegységeit: az órát, a percet, a másodpercet, a napot, a hetet, a hónapot, az évet.	<i>Testnevelés és sport; énekzene: időtartam mérése egységes tempójú mozgással, hanggal, szabványegységekkel.</i>

Kulcsfogalmak/ fogalmak	összehasonlítás, mérés, mérőeszköz, mértékegység, hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő, cm, dm, m, dl, l, kg, másodperc, perc, óra, nap, hét, hónap, év
Javasolt tevékenységek	– Különböző hangok összehasonlítása, például „Melyik hang hosszabb-rövidebb, magasabb-mélyebb, hangosabb-halkabb?” – Különböző tömegű tárgyak, gyümölcsök, gesztenyék tömegének összehasonlítása érzésre két kézzel, majd ellenőrzése vállfamérleggel – Vállfamérleg és színes rudak segítségével különböző tömegek összemérése, a kettő közti különbség meghatározása – Hosszúság mérése arasszal, lépéssel, tyúklépéssel – Hosszúság mérése egyforma pálcikákkal, egyforma színes rudakkal – Mérőszalag készítése tenyér és ujj léptékekkel; színes rudak által meghatározott léptékekkel – Skálázott mérőedény készítése pohárnyi víz és többszörösének kiméréséhez – 1 perc becslése: mindenki becsukja a szemét, lehajtja a fejét, akkor nyitja ki a szemét, amikor úgy gondolja, hogy letelt az 1 perc – Tapasztalatgyűjtés arról, hogy mire elég 1 perc, például hány szót vagy hány számot lehet leírni 1 perc alatt; mennyit ver a szívünk nyugalmi helyzetben, hányat lehet ugrani, mennyit ver a szívünk mozgás után 1 perc alatt

12. témakör	Alapműveletek értelmezése	Órakeret 10 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	----------------------------------	---

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Összeadás és kivonás értelmezései darabszám és mérőszám tartalommal valóságos helyzetekben, tevékenységekkel, képpárokkal, képekkel, történetekkel.	Helyesen értelmezi az összeadást, és a kivonást. Helyesen használja a műveletek jeleit.	

Összeadás, kivonás értelmezése mint hozzáadás és elvétel.		
Összeadás, kivonás értelmezése mint egyesítés, és mint az egészből az egyik rész meghatározása.		
Összeadás, kivonás értelmezése mint összehasonlítás: valamennyivel kevesebb, valamennyivel több.	Érti az összeadás és kivonás közötti összefüggést.	
Kivonás értelmezése mint különbség kifejezése.		
Egyenlővé tevés tevékenységekkel és számokkal.		
Történésről, kirakásról, képről többféle művelet értelmezése, leolvasása, lejegyzése.	Képes képről, történésről a megfelelő művelet megfogalmazására.	<i>Vizuális kultúra:</i> hallott, látott, elképzelt történetek vizuális megjelenítése.
Szöveges feladatokban a különböző kifejezésekkel megfogalmazott műveletek megértése tanítói segítséggel.		<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a hallott, olvasott szöveg megértése, adatok keresése, információuk kiemelése.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	összeadás, kivonás, összeg, különbség, művelet, egyenlővé tevés	
Javasolt tevékenységek	– Az összeadás, kivonás többféle értelmezésének lejátszása konkrét dolgokkal, például gyümölcsökkel, virágokkal, gesztenyékkel – Összeadás, kivonás kirakása univerzális modellekkel (például ujjakkal), korongokkal, színes rudakkal – Egyesítéses összeadás értelmezéséhez tárgyak mérése színes rudakkal, kupakokkal vállfamérlegen – Hozzátevéses összeadás lejátszása játéktáblán való lépegetéssel – Valós dolgok számának megállapítása szorzással, például azonos állatok lábainak száma	

13. témakör	Alapműveletek tulajdonságai	Órakeret 8 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	------------------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek		Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Műveleti tulajdonságok megfigyelése változatos tevékenységek alapján: tagok felcserélhetősége.		Számolásaiban felhasználja a műveletek közti kapcsolatokat.	
Hiányos műveletek és műveletsorok megoldása az eredmény ismeretében.		Megold hiányos műveletet, műveletsort az eredmény ismeretében.	
Műveletek közötti kapcsolatok megfigyelése.			
Kulcsfogalmak/ fogalmak	nincs új fogalom		
Javasolt tevékenységek	– Szőnyegezések színes rudakkal – „Babos” játék összeadások és kivonások közti kapcsolatok megértéséhez, például a tanuló bal kezében 5 babszem van, jobb kezében 6; bal és jobb kéz egymás mellé téve „5+6 az ugyanannyi, mint 11”, a két kéz keresztbe téve „6+5 az 11”, a bal kéz hátra téve „11-5 az 6”, bal kéz visszahozása után a jobb kéz hátra téve „11-6 az 5” – Lépegetések számegyenesen – Négyzetrácsos kertek bekerítése – Műveletsor lejátszása egymás mellé állított dobozokba apró tárgyak pakolásával, majd a műveletsor visszafelé való lejátszása		

14. témakör	Szóbeli számolási eljárások	Órakeret 10 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	------------------------------------	---

Fejlesztési feladatok és ismeretek		Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
10 és 20 közötti számok és egyjegyűek összeadása, kivonása a 10-nél kisebb számokra vonatkozó összeadással, kivonással való analógia alapján.		Alkalmazza a számolást könnyítő eljárásokat.	<i>Testnevelés és sport:</i> lépések, mozgások számlálása.
Tízesátlépéses összeadás, kivonás bontások és 10-re pótlások alkalmazásával.			
Számhoz számszomszédainak hozzáadása ($6+7=6+6+1=7+7-1$) és a nekik megfelelő kivonások elvégzése ($13-6$, $13-7$).			<i>Ének-zene:</i> ritmus, taps.
9 (8, 7) hozzáadása, elvétele $10-1$ ($10-2$, $10-3$) alakban.			
Különféle számolási eljárások megismerése és a tanuló számára legkézenfekvőbb kiválasztása, begyakorlása, például: $7+8=8+7=7+7+1=8+8-1=7+3+5=8+2+5=7+10-2$.			
Kulcsfogalmak/ fogalmak	nincs új fogalom		
Javasolt tevékenységek	– Mérőszalagon számok hozzáadása és elvétele színes rudak tetszőleges számhoz való hozzáillesztésével, például sötétkék színes rúddal 9 hozzáadása és elvétele; az analógiák megfigyelése – Egyenlő tagok összeadása ujjak segítségével		

	– „Hány ujjadat fogom? Hány ujjadat nem fogom?” játékos feladat párban – Számképek felidézése, számok különböző tagolásainak megválasztása számolási eljárások során – Tojástartóval a 10-re pótlás és tízesátlépés lejátszása – Azonos művelet kapcsán a tanulók egyénileg alkalmazott számolási eljárásainak megfogalmazása, megosztása – „Boltos játék”
--	--

15. témakör	Fejben számolás	Órakeret 9 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek		Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Fejben számolás egyes lépéseinek megértése, begyakorlása eszközökkel; az eszközök szükség szerinti használata feladatok megoldása során.			
Fejben számolás 20-as számkörben.		Fejben pontosan összead és kivon a 20-as számkörben.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	kerek tízes		
Javasolt tevékenységek	– „Boltos játék” – „Számfuttatás” játék – Láncszámolások – „Hajtogató” – Egy képről többféle művelet olvasása		

16. témakör	Alkotás térben és síkon	Órakeret 4 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	--------------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek		Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Építés térbeli építőelemekből, testekből szabadon, másolással, megadott feltétel szerint.		Szabadon épít, kirak formát, mintát adott testekből, síklapokból.	
Síkbeli alkotások szabadon, másolással, megadott feltétel szerint: kirakások mozaiklapokkal, nyírás, tépés, hajtogatás, alakzatok határvonalainak elkészítése pálcákból, rajzolás (szabad kézzel, vonalzóval, alaklemezszel).			Vizuális kultúra: Geometriai alakzatok rajzolása.
Sorminták, terülminták kirakása és folytatása síkban, térben.		Sormintát, síkmintát felismer, folytat.	Vizuális kultúra: A vizuális nyelv alapvető eszközeinek (pont, vonal, forma) használata és megkülönböztetése. Kompozíció alkotása geometriai alakzatokból.(mozaikkép)
Szimmetrikus alakzatok létrehozása térben és síkban (például: építéssel, kirakással, nyírással, hajtogatással, festéssel), és szükség szerint a szimmetria meglétének ellenőrzése választott módszerrel (például: tükör, hajtogatás).		Szimmetrikus alakzatokat hoz létre térben, síkban különböző eszközökkel; felismeri a szimmetriát valóságos dolgokon, síkbeli alakzatokon.	
Kulcsfogalmak/fogalmak	alaprajz		

Javasolt tevékenységek	– Színes rudakból, legóból, építőkockákból, dobozokból, hengerekből (például vécépapír guriga) városépítés, várépítés – Kirakások mozaiklapokból, logikai készlet elemeiből – Rövid ideig látott képről másolat készítése a vizuális memória fejlesztésére – „Telefonos játék” – Papírharmónia hajtása, a hajtások szélén nyírások, a papírlap szétnyitása után az ismétlődő minta megfigyelése, például egymás kezét fogó gyerekek – Terítő, hópehely készítése hajtogatott papírból való nyírással – Geometria feladatok, például tangram, gyufarejtvények – Háromszögek, négyszögek nyírása egy egyenes vonal mentén, a keletkező síkidomok számának és alakjának vizsgálata
-----------------------------------	--

17. témakör	Alakzatok geometriai tulajdonságai	Órakeret 6 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	---	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Válogatások előállított vagy megadott testek között szabadon.	Megkülönböztet, azonosít egyedi konkrét látott, hallott, mozgással, tapintással érzékelhető tárgyakat, dolgokat, helyzeteket, jeleket. Személyek, tárgyak, dolgok, szavak, számok közül kiválogatja az adott tulajdonsággal rendelkező összes elemet.	<i>Vizuális kultúra;</i> <i>környezetismeret:</i> tárgyak egymáshoz való viszonyának, helyzetének, arányának megfigyelése.
Testek és síkidom modellek megkülönböztetése.	Különbséget tesz testek és síkidomok között.	

Sokféle alakú testek közül a gömb és a szögletes testek kiemelése érzékszervi tapasztalatok alapján.		<i>Technika, életvitel és gyakorlat: testek építése.</i>
Válogatások előállított vagy megadott síkidomok között szabadon.	Megfigyeli az alakzatok közös tulajdonságát, megfelelő címkéket talál megadott és halmazokba rendezett alakzatokhoz. Megtalálja a közös tulajdonsággal nem rendelkező alakzatokat.	
Síkbeli alakzatok jellemző tulajdonságainak keresése, megfigyelése, megnevezése: egyenes vagy görbe határvonalak, „lyukasság”, „szögek beugrása”, „tükrösség”. Sokféle alakú síklapok közül a körlap és a sokszögek kiemelése.	Megkülönböztet tükrösen szimmetrikus és tükrösen nem szimmetrikus síkbeli alakzatokat.	<i>Vizuális kultúra:</i> szimmetrikus alakzatok készítése, festése.
Háromszögek, négyszögek, körlapok felismerése, kiválogatása, megnevezése.	Megnevezi a háromszögeket, négyszögeket, köröket.	
Téglalap oldalainak és csúcsainak megszámlálása. Téglalap átlóinak és tükrös tengelyeinek megfigyelése.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	test, síkbeli alakzat; sík, egyenes, görbe vonal, körlap, háromszög, négyszög, téglalap, négyzet	
Javasolt tevékenységek	– Olyan tárgycsoportban végzett válogatás, ami lehetőséget ad több szempont szerinti válogatásra (például: anyaguk szerint, színük szerint, alakjuk szerint); a figyelem ráirányítása a tárgyak alakja szerinti válogatásokra – Különböző hétköznapi tárgyak körülrajzolása, például plüssmackó, gumilabda, olló, dobókocka, kulcs; a körülrajzolások tapasztalatainak megbeszélése	

	– Kakukktójasjátékok, felismerő játékok, párkereső játékok kézbe fogható tárgyakkal, testekkel; letakart tárgyakkal, testekkel „vakon” tapogatva; hétköznapi tárgyokról készült fotókkal – Kakukktójasjátékok, felismerő játékok, párkereső játékok kézbe fogható síkidomokkal – Szöges táblán alakzatok kifeszítése gumikarikával megadott minta alapján vagy megadott feltétel szerint – Különféle ponthálókön, rácsokon alakzatok másolása megadott minta alapján vagy rajzolás megadott feltétel szerint
--	---

18. témakör	Transzformációk	Órakeret 3 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Szimmetriák, tükörképek megfigyelése a természetes és az épített környezetben térben és síkban.		
Tárgyak, építmények, képek tükörképének megfigyelése térben, síkban tükör segítségével.	Szimmetrikus alakzatokat hoz létre térben, síkban különböző eszközökkel; felismeri a szimmetriát valóságos dolgokon, síkbeli alakzatokon.	
Tárgyak, építmények, képek tükörképének kirakása, előállítása különböző tevékenységek során; a kapott alakzat ellenőrzése tükör segítségével.	Tapasztalattal rendelkezik mozgással, kirakással a tükörkép előállításáról.	<i>Vizuális kultúra:</i> szimmetrikus alakzatok készítése, festése.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	tükörkép, tükörtengely, mozgás	

Javasolt tevékenységek	– „Tükörjáték” során a pár egyik tagja az eredeti, a másik pedig a tükörkép – Szimmetria tengelye szerint két különböző színnel színezett szív vizsgálata tükörrel; megadott ábrák vizsgálata, „Előállítható-e az adott szív és tükör segítségével az ábra? Ha igen, akkor hogyan?” – Papírlap egyik oldalára festékpaca nyomása, a papír másik felének ráhajtása, a papír szétnyitása, a készült minta kiegészítése – Összehajtott papírból alakzat kivágása – Összehajtott papírra rajzolt alakzat határvonalainak átbökése gombostűvel
-----------------------------------	---

19. témakör	Tájékozódás térben és síkon	Órakeret 4 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	------------------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Irányokat, távolságokat jelölő szavak jelentésének megismerése térben és síkban tevékenységekkel és játékos szituációkkal.	Helyesen használja az irányokat és távolságokat jelölő kifejezéseket térben és síkon.	<i>Német nyelv és irodalom:</i> irányok
Tájékozódást segítő játékok, tevékenységek nagymozgásokkal. Útvonalak bejárása utánzással; az útvonal tudatosítása. Bejárt útvonal újrajárása emlékezetből. Téri tájékozódás mozgással, tárgyak mozgatásával.	Tájékozódik lakóhelyén, bejárt terepen: bejárt útvonalon visszatalál adott helyre.	<i>Testnevelés és sport:</i> térbeli tudatosság, elhelyezkedés a térben, mozgásirány, útvonal, kiterjedés.

Függőleges és vízszintes síkon való tájékozódás tárgyak elhelyezésével, mozgatásával, például „fölé”, „alá” többféle értelmezése.		<i>Német nyelv és irodalom: „Rasterspiel”</i>
Térbeli és síkbeli elhelyezkedést kifejező szavak jelentésének megismerése játékos tevékenységekkel.		
Irány és állás megfigyelése, követése az olvasáshoz, íráshoz kapcsolódva.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	jobb, bal, le, fel, előtte, mögötte, mellette, kint, bent, előre, hátra, távolabb, közelebb	
Javasolt tevékenységek	– „Hideg-meleg” játék kincskeresésre – Irányokat jelölő szavak értelmezése térben és síkon, például tolltartó helyezése a szék mellé balra, jobbra, fölé, alá úgy, hogy a székhez nem nyúlunk; majd ceruza helyezése a füzet mellé balra, jobbra, fölé (!), alá (!) úgy, hogy a füzethez nem nyúlunk – Tájékozódás a babaházban: jobbra, balra, előre, hátra, fel, le; tájékozódás labirintusban és négyzethálós mintákon: jobbra, balra, előre, hátra, fel, le; tájékozódás vonalrendszerbe rajzolt házban és a ház „utcájában”: jobbra, balra, előre, hátra, fel, le – „Telefonos” játék logikai lapokkal, mozaiklapokkal, színes rudakkal – „Különbségkereső” játék párban: két tanuló hátára ragasztott egy-egy kép közötti különbségek megtalálása – Ismert útvonal leírása szóban, például: „Hogyan jutsz az iskolából a játszótérre?” – Bekötött szemű gyerek irányítása adott célhoz, a célban a kendő levétele után azonos úton visszatalálás a kiindulóponttra – Szituációs játékban színházjegyek, mozijegyek alapján ülőhelyek megtalálása	

20. témakör	Összefüggések, kapcsolatok, szabályszerűségek felismerése	Órakeret 9 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	--	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Adott viszonyban lévő, adott összefüggésnek megfelelő párok keresése.	Részt vesz memóriajátékokban különféle tulajdonságok szerinti párok keresésében.	<i>Testnevelés és sport:</i> párok, csoportok alakítása.
Személyek, tárgyak, dolgok, számok, testek, síklapok között megjelenő kapcsolatok megfigyelése, felfedezése.	Megfogalmazza a személyek, tárgyak, dolgok, időpontok, számok, testek, síklapok közötti egyszerű viszonyokat, kapcsolatokat.	
Számpárok, számhármassok közötti kapcsolatok felfedezése, jellemzése.	Felismer kapcsolatot elempárok, elemhármassok tagjai között.	
A problémákban szereplő adatok viszonyának felismerése, például: időrend, nagyságviszonyok, változások, egyenlőségek.		<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mesékben időrend, nagyságviszonyok megfigyelése.
Sorozatok képzése tárgyakkal, mozgással, hanggal, valamilyen logikai készlet elemeivel, számokkal.		
Összefüggések keresése egyszerű sorozatok elemei között.	Összefüggéseket keres sorozatok elemei között.	
Tárgyakkal, logikai készletek elemeivel kirakott egyszerű periodikus sorozatok folytatása.	Tárgyakkal, logikai készletek elemeivel kirakott periodikus sorozatokat folytat.	<i>Német nyelv és irodalom:</i> évszakok, hónapok, napok.

A mindennapi életünkből jól ismert periódusok megfigyelése: évszakok, hónapok, hetek napjai, napszakok.	Elsorolja az évszakokat, hónapokat, napokat, napszakokat egymás után, tetszőleges kezdőponttól is.	
Elkezdett sorozatok, táblázatok egyszerű szabályának felismerése.		<i>Ének-zene:</i> ismétlődő ritmussorok, dallammotívumok.
Gépjátékok különféle elemekkel (például: tárgyak, számok, alakzatok). Gépjátékok szabályának felismerése.		
Sorozatban, gépjátékokban, táblázatban felismert összefüggés megfogalmazása saját szavakkal.	A sorozatban, táblázatban, gépjátékokban felismert összefüggést megfogalmazza saját szavaival.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	szabály, sorozat, számsorozat, növekvő, csökkenő, kapcsolat, számpár, számhármás	
Javasolt tevékenységek	– Kakukktojás-kereső játékok – „Mi változott?” játék – Ismétlődő mozgásos cselekvések, például tapsolás, dobolás, dobbantás, koppantás, ugrás, guggolás, tapsolás, dobolás, dobbantás, koppantás, ugrás, guggolás... – Alakzatokkal kirakott periodikus sorozat lejátszása, például 2 háromszög, 1 kör ismétlődik; a háromszögre tapsolunk, a körre dobbantunk – Ismétlődő ritmusjelek letapsolása	

	– „Milyen nap lesz?” fejtörők: például egy hét múlva; holnapután, ha tegnapelőtt hétfő volt – Kapcsolatok megfigyelése oda-vissza, például: szülő-gyerek, testvér, osztálytárs; alacsonyabb, magasabb, egyforma magas; idősebb, fiatalabb, ugyanannyi idős – Több gyerek közötti kapcsolati háló megjelenítése rámutatással; a mutató lejegyzése nyilakkal; például mindenki mutasson az idősebbre – „Gépes játékok”
--	---

21. témakör	Adatok megfigyelése	Órakeret 3 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	----------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek		Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Minőségi és mennyiségi tulajdonsággal kapcsolatos adatok megfigyelése, gyűjtése, rögzítése.		Adatokat gyűjt a környezetében.	
Tevékenységek során kapott adatok lejegyzése.		Adatokat rögzít későbbi elemzés céljából.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	adat		
Javasolt tevékenységek	– „Tornasor” játék: a tanulók oszlopokba rendeződnek valamilyen szempont szerint, például ki melyik hónapban, évszakban született; mekkora a lábmérete, kisujj mérete; hány betűből áll a neve		

22. témakör	Valószínűségi gondolkodás	Órakeret 3 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	----------------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Részvétel valószínűségi játékokban; intuitív esélylatolgatás, tippek megfogalmazása.	Részt vesz olyan játékokban, kísérletekben, melyekben a véletlen szerepet játszik.	
Valószínűségi kísérletek végzése, események megfigyelése.	Tapasztalatai alapján tippet fogalmaz meg arról, hogy két esemény közül melyik esemény valószínűbb olyan, véletlentől függő szituációk során, melyekben a két esemény valószínűsége között jól belátható a különbség.	
Játékos tapasztalatszerzés a véletlenről, a biztosról és a lehetetlenről.	Tapasztalatai alapján különbséget tesz a „biztos”, „lehetetlen”, „lehetséges, de nem biztos” események között.	
Véletlen események bekövetkezéseinek összeszámlálása strigulázással.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	véletlen; „biztos”, „lehetséges, de nem biztos”, „lehetetlen” esemény; tipp	
Javasolt tevékenységek	– „Kukás” játékok – „Macska-egér harc” játék: 20 mezőből álló pályán haladnak a bábuk, az egér indul, 1-2-3-4-es dobásokra haladhat a dobott értéknek megfelelően, a macska pedig 5-6-os dobásra; utoléri-e a macska az egeret, mielőtt az egér a 20-as mezőn lévő egérlyukba ér?	

	– „Teknős és nyúl” játék: 20 mezőből álló pályán haladnak a „versenyzők”; teknős 1-2-3-4-es dobásra mozdul, nyúl 5-6-ra; az nyer, aki hamarabb ér célba
--	---

2. évfolyam

Témakör címe	órakeret
1. Válogatás, halmazok alkotása, vizsgálata	4 óra
2. Rendszerezés, rendszerképzés	4 óra
3. Állítások	4 óra
4. Problémamegoldás	4 óra
5. Szöveges feladatok megoldása	6 óra
6. Szám és valóság kapcsolata	9 óra
7. Számlálás, becslés	6 óra
8. Számok rendezése	6 óra
9. Számok tulajdonságai	9 óra
10. Számok helyi értékes alakja	5 óra
11. Mérőeszköz használata, mérési módszerek	10 óra
12. Alapműveletek értelmezése	10 óra
13. Alapműveletek tulajdonságai	8 óra
14. Szóbeli számolási eljárások	10 óra

15. Fejben számolás	9 óra
16. Alkotás térben és síkon	4 óra
17. Alakzatok geometriai tulajdonságai	6 óra
18. Transzformációk	3 óra
19. Tájékozódás térben és síkon	4 óra
20. Összefüggések, kapcsolatok, szabályszerűségek felismerése	9 óra
21. Adatok megfigyelése	3 óra
22. Valószínűségi gondolkodás	3 óra
23. Év végi összefoglalás	8 óra
Összes óraszám	144 óra

1. témakör	Válogatás, halmazok alkotása, vizsgálata	Órakeret 4 óra (a tanév folyamán elosztva)
-------------------	---	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Tárgyak, dolgok felismerése különféle érzékszervekkel, más érzékszervek kizárásával, például csak hallással, csak tapintással. Tárgyak, dolgok tulajdonságainak felismerése különféle érzékszervekkel, mások kizárásával.	Megkülönböztet, azonosít egyedi konkrét látott, hallott, mozgással, tapintással érzékelhető tárgyakat, dolgokat, helyzeteket, jeleket.	
Két vagy több dolog különbözőségének és azonosságának felismerése egy vagy több szempont alapján.	Két szempontot is figyelembe vesz egyidejűleg. Két meghatározott tulajdonság egyszerre történő figyelembevételével szétválogat adott elemeket: tárgyakat, személyeket, szavakat, számokat, alakzatokat.	<i>Német nyelv és irodalom:</i> tárgyak, élőlények összehasonlítása különböző tulajdonságok alapján, pl. élőhely, táplálkozási mód stb.
Közös tulajdonságok megfigyelése személyeken, tárgyakon, képeken, alakzatokon, jeleken.	Játékos feladatokban személyeket, tárgyakat, számokat, formákat néhány meghatározó tulajdonsággal jellemez.	
A tulajdonságok változásának felismerése.	Tudatosan emlékezetébe vési az észlelt tárgyakat, személyeket, dolgokat, és ezek jellemző tulajdonságait, elrendezését, helyzetét.	
Rész-egész viszonyának vizsgálata tevékenységekkel.		

Adott elemek válogatása választott vagy megadott szempont szerint.	Válogatásokat végez saját szempont szerint személyek, tárgyak, dolgok, számok között. Személyek, tárgyak, dolgok, szavak, számok közül kiválogatja az adott tulajdonsággal rendelkező összes elemet.	<i>Német nyelv és irodalom:</i> tárgyak, élőlények csoportosítása különböző tulajdonságok alapján, pl. élőhely, táplálkozási mód stb.
Elkezdett válogatás során létrejövő halmazelemek közös tulajdonságának felismerése, megnevezése; címkézés, a válogatás folytatása.	Felismeri a mások válogatásában együvé kerülő dolgok közös és a különválogatottak eltérő tulajdonságát. Folytatja a megkezdett válogatást felismert szempont szerint.	
A logikai „nem” használata a tulajdonság tagadására. Halmazok képzése tagadó formában megfogalmazott tulajdonság szerint, például <i>nem piros</i> .	Azonosítja a közös tulajdonsággal rendelkező dolgok halmazába nem való elemeket. Megnevezi egy adott tulajdonság szerint ki nem válogatott elemek közös tulajdonságát a tulajdonság tagadásával.	
Konkrét tárgyak, készletek elemeinek halmazokba rendezése mozgásos tevékenységgel.		
Elemek elhelyezése halmazábrában.	Halmazábrán is elhelyez elemeket adott címkék szerint. Adott, címkékkel ellátott halmazábrán elhelyezett elemekről eldönti, hogy a megfelelő helyre kerültek-e; a hibás elhelyezést javítja. Talál megfelelő címkéket halmazokba rendezett elemekhez. Megfogalmazza a halmazábra egyes részeibe kerülő elemek közös, meghatározó tulajdonságát; helyesen	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szavak csoportosítása szótagszám szerint.

	használja a logikai „nem” és a logikai „és” szavakat, valamint a velük azonos értelmű kifejezéseket.	
Tulajdonságok alapján igaz állítások megfogalmazása.	Barkochbázis valóságos és elképzelt dolgokkal is, kerüli a felesleges kérdéseket. Megfogalmaz adott halmazra vonatkozó állításokat; értelemszerűen használja a „mindegyik”, „nem mindegyik”, „van köztük...”, „egyik sem...” és a velük rokon jelentésű szavakat. Megítéli, hogy adott halmazra vonatkozó állítás igaz-e vagy hamis.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> nyelvhelyesség, mondatalkotás, kérdő és kijelentő mondat.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	tulajdonság, azonos, különböző, logikai „nem”	
Javasolt tevékenységek	– „Mi változott?” játék tanulókon, tárgyakon, „Nézd csak! Mi változott?” kártyakészleten történő változtatások megfigyelése – „Varázzsákból” kívánt tulajdonságú plüssállat, forma, logikai lap, tapintható számjegy, betű kiválasztása – Activity-típusú játék különféle témakörökben mutogatással, rajzolással, körülírással – „Repül a, repül a ...” játék közös tulajdonság megfigyeléséhez – Játék: tanító által készített 3, 4 ábrás kártyakészlettel, tananyaghoz igazított tartalommal – Játék: tanító által készített logikai kártyacsomaggal – „Kapuőr” útválasztó játék például: mozgással, logikai készletek elemeivel, számokkal, formákkal – Logikai lapokból „kígyó” készítése, a szomszédos elemek között 1-2-3-4 eltérő tulajdonsággal – Táblás stratégiai játék, logikai lapokkal – Tanulók, tárgyak válogatása hulahoppkarikán belülrre és kívülrre – Átlátszó dobozokba logikai készlet elemeinek válogatása; részhalmazra vezető válogatás esetén a dobozok egymásba helyezése tanulói ötlet alapján	

2. témakör	Rendszerezés, rendszerképzés	Órakeret 4 óra (A tanév folyamán elosztva)
-------------------	-------------------------------------	---

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Barkochbázás során felesleges kérdések kerülése, felismerése.	Barkochbázis valóságos és elképzelt dolgokkal is, kerüli a felesleges kérdéseket.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> Szókincs fejlesztés, lényegkiemelés
Adott halmaz elemeinek rendszerezése a tanító irányításával.	Felsorol elemeket konkrét halmazok közös részéből. Megfogalmazza a halmazára egyes részeibe kerülő elemek közös, meghatározó tulajdonságát; helyesen használja a logikai „nem” és a logikai „és” szavakat, valamint a velük azonos értelmű kifejezéseket. Keresi az okát annak, ha a halmazára valamelyik részébe nem kerülhet egyetlen elem sem.	<i>Német nyelv és irodalom:</i> tárgyak, élőlények csoportosítása különböző tulajdonságok alapján, pl. élőhely, táplálkozási mód stb.
Különféle logikai készletek esetén (teljes rendszert alkotó legfeljebb 24 elemnél) a hiány felismerése a rendszerező tevékenység elvégzése után.	Sorba rendezett elemek közé elhelyez további elemeket a felismert szempont szerint. Két, három szempont szerint elrendez adott elemeket többféleképpen is; segédeszközként használja a táblázatos elrendezést és a fadiagramot.	
Feltételeknek megfelelő alkotások felsorolása egyszerű esetekben: két feltétel esetén, kis elemszámú problémánál.	Megkeresi egyszerű esetekben a két, három feltételnek megfelelő összes elemet, alkotást. Megfogalmazza a rendezés felismert szempontjait.	

		Megkeresi két, három szempont szerint teljes rendszert alkotó, legfeljebb 48 elemű készlet hiányzó elemeit, felismeri az elemek által meghatározott rendszert.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Nincs új fogalom.		
Javasolt tevékenységek	– „Elvitte a szarka” játék: hiányzó elem megtalálása rendszerezés segítségével – Barkochba játék különféle logikai készleteken többféle szabály szerint, például egyszerű barkochba, fordított barkochba, barkochba két elem egyszerre történő kitalálására, kapcsolati barkochba; ezek mindegyikének kipróbálása hazudósan is – „Királyos” játék logikai lapokkal párban: egy kiválasztott elem jelképezi a királyt; az egyik játékos olyan lapot választ, ami a királytól két tulajdonságban tér el, a másik játékosnak olyan lapot kell választania, ami a királytól és a társa által választott laptól is két-két tulajdonságban tér el; a következő körben szerepcsere; veszít, aki nem tud rakni – Két szempont szerint elemek táblázatba rendezése, hiányzó elem megtalálása – Öltöztethető papírbaba különböző öltözekeinek kirakása – Többgombócos fagylaltok összeállítása színes korongokkal – Különböző „vonatok” kirakása megadott színes rudakból – Adott feltételeknek megfelelő építmények, szőnyegek színes rúddal – Piros-fehér-zöld csíkokból 3 sávós zászlók összeállítása – Táncospárok, kézfogások szituációs játékokkal		

3. témakör	Állítások	Órakeret 4 óra (A tanév folyamán elosztva)
-------------------	------------------	---

Fejlesztési feladatok és ismeretek		Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Konkrét tevékenységekhez kapcsolt köznyelvi és matematikai tartalmú kijelentések, állítások megfogalmazása adott helyzetről, személyekről, tárgyakról, dolgokról, képről, történeusről, összességekről szabadon és irányított megfigyelések alapján.		Megítéli, hogy adott halmazra vonatkozó állítás igaz-e vagy hamis. Megfogalmaz adott halmazra vonatkozó állításokat; értelemszerűen használja a „mindegyik”, „nem mindegyik”, „van köztük...”, „egyik sem...” és a velük rokon jelentésű szavakat. Megfogalmazza a halmazára egyes részeibe kerülő elemek közös, meghatározó tulajdonságát; helyesen használja a logikai „nem” és a logikai „és” szavakat, valamint a velük azonos értelmű kifejezéseket.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> Szókincs fejlesztés, lényegkiemelés
Konkrét, megfigyeléssel ellenőrizhető állítások igazságának eldöntése.		Egy állításról ismeretei alapján eldönti, hogy igaz vagy hamis. Ismeretei alapján megfogalmaz önállóan is egyszerű állításokat.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> nyelvhelyesség, mondatalkotás, kérdő és kijelentő mondat.
Egyszerű hiányos állítások kiegészítése igazzá vagy tévessé konkrét elemek, elempárok nevének, jelének behelyettesítésével, például személyek, tárgyak, színes rudak, formák		Példákat gyűjt konkrét tapasztalatai alapján matematikai állítások alátámasztására. Tudatosan emlékeztetibe vés szavakat, számokat, utasítást, adott helyzetre vonatkozó megfogalmazást.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	igaz-hamis		

Javasolt tevékenységek	– „Telefonos” játék párban vagy csoportban: az egyik játékos elkészít egy alkotást (tárgyakból, színes rudakból, alakzatokból, számokból) úgy, hogy más ne láthassa; ezután az alkotásról mond mondatokat, ami alapján a többieknek is ugyanazt kell létrehozniuk; lehet kérdezni, ha nem elegendő a megadott információ; ha mindenki kész, ellenőrzik az alkotásokat – „Rontó” játék: logikai lapokból, számokból, formákból alkotott kiinduló halmaz elemeire igaz állítás megfogalmazása, ennek elrontása egy új elemmel, majd új igaz állítás megfogalmazása az új halmazra, és így tovább – „Jancsi bohóc azt mondja, hogy...” játék: állítások értékelése tárcsával, például zöld (mosolygós fej), ha igaz, piros (szomorú fej), ha hamis – „Mi kerülhet a dobozba?” játék: egy hiányos állítás változója egy doboz, amibe tárgyakat helyezve egészítjük ki a mondatot, majd döntünk az állítás igazságáról – „Foltozós” feladat: lyukas papírcsíkon hiányos állítás, például „A hmm-hmm-nek négy lába van”; ha úgy helyezzük a papírcsíkot, hogy a lyukon keresztül egy kutya képe látszik, akkor igaz az állítás, ha egy rigó képe látszik, akkor hamis
-----------------------------------	---

4. témakör	Problémamegoldás	Órakeret 4 óra (a tanév folyamán elosztva)
-------------------	-------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Hétköznapi helyzetekben, tevékenységek során felmerülő problémahelyzetben megoldás keresése.	A tevékenysége során felmerülő problémahelyzetben megoldást keres, kérésre, illetve problémahelyzetben felidézi a kívánt, szükséges emlékképet.	<i>Erkölcstan:</i> élethelyzetek elemzése, problémamegoldás
Megfogalmazott probléma értelmezése tevékenységgel, megjelenítéssel.	Megfogalmazott problémát tevékenységgel, megjelenítéssel, átfogalmazással értelmez, az értelmezett problémát megoldja.	

Tevékenységgel, megjelenítéssel értelmezett probléma megoldása.			
Egy- és kétlépéses cselekvéssor, művelet sor elvégzése visszafelé is.		A problémamegoldás során a sorrendben végzett tevékenységeket szükség szerint visszafelé is elvégzi.	
Ismert problémák, feladatok megoldása változatos formákban.		Megoldását értelmezi, ellenőrzi; kérdést tesz fel a megfogalmazott probléma kapcsán. Tevékenység, ábrarajzolás segítségével megold egyszerű, következtetési szöveges feladatokat.	<i>Vizuális kultúra:</i> információk képi megjelenítése.
Részvétel egy- és többszemélyes logikai játékban.		Egy- és többszemélyes logikai játékban döntéseit mérlegelve előre gondolkodik.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	nincs új fogalom		
Javasolt tevékenységek	– „Boltos” játék frontálisan irányítva vagy párban vagy csoportban: a tanító egy bolt kirakatát rendez be (valós tárgyakkal vagy képekkel), és megadja a termékek árát; a tanulók a kirakatot nézve vizsgálják a termékeket és azok árát, boltost és vevőt választanak, vásárolnak játékpénzsekkel, adott feltételnek megfelelő különféle kifizetéseket gyűjtenek – Útvonal keresése térbeli és síkbeli labirintusokban – Problémák lejátszása szerepjátékként, bábokkal, eszközökkel, például „kecske-farkas-káposzta”; „öntögetések”; „helycserélések” – Origamik készítése – Visszaemlékezés korábbi történések egymásutánosságára a tanulók saját élményeivel kapcsolatban, játékok során vagy például az „Én elmentem a vásárba” című dal éneklésével		

	– Cselekvéssor visszafelé lejátszása, például: megfordítható napi tevékenységek végzése oda-vissza, útvonalak bejárása, visszatalálás – Láncmesék lejátszása – Mesékben valamely cselekvés, körülmény változtatása esetén a következmények átgondolása: „Mi lenne, ha ...”; – Kalandválasztós történetek, például: Varró Dániel: Leprikónok átka – Műveletsor lejátszása sorba állított dobozokba apró tárgyak pakolásával, majd a műveletsor lejátszása visszafelé – Egyszerűbb táblás logikai, stratégiai játékok; kártyajátékok – Logikai rejtvények egyszerűbb feladványai, például: sudoku (kisebb méretű, állatokkal, növényekkel...), Lakótelepi panoráma, futoshiki (több-kevesebb sudoku), binary sudoku
--	---

5. témakör	Szöveges feladatok megoldása	Órakeret 6 óra (a tanév folyamán elosztva)
-------------------	-------------------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Szöveges feladatok olvasása, értelmezése, eljátszása, megjelenítése kirakásokkal, rajzokkal tanítói segítséggel. Szöveges feladatok megoldása a megjelenítésekről történő leolvasással.	Értelmezi, elképzei, megjeleníti a szöveges feladatban megfogalmazott hétköznapi szituációt. Szöveges feladatokban megfogalmazott hétköznapi problémát megold matematikai ismeretei segítségével.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> az olvasott szöveg megértése, adatok keresése, információk kiemelése.
Adatok és azok kapcsolatainak megjelenítése valamilyen egyszerűsített rajz, matematikai modell segítségével, például művelet, nyíldiagram, halmazábra, sorozat tanítói segítséggel.	Megkülönbözteti az ismert és a keresendő (ismeretlen) adatokat. Megkülönbözteti a lényeges és a lényegtelen adatokat.	<i>Vizuális kultúra:</i> információk képi megjelenítése.

Ismeretlen adatok meghatározása a modellen belül.		
Megoldás értelmezése az eredeti problémára, és ellenőrzés a szöveg szerinti szituációban.	Az értelmezett szöveges feladathoz hozzákapcsol jól megismert matematikai modellt, a megválasztott modellen belül meghatározza a keresett adatokat.	
Nyelvileg és matematikailag helyes válasz megfogalmazása.	Nyelvi szempontból megfelelő választ ad a feladatokban megjelenő kérdésekre.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> nyelvhelyesség, szókincsfejlesztés.
Egy-, kétlépéses alpműveletekkel leírható szöveges feladatok megoldása tanítói segítséggel.	Önállóan értelmezi a hallott, olvasott matematikai tartalmú szöveget.	
Szöveges feladatok alkotása hétköznapi szituációkhoz, képekhez, képpárokhoz, adott matematikai modellhez, számfeladathoz.	A modellben kapott megoldást értelmezi az eredeti problémára; arra vonatkoztatva ellenőrzi a megoldást.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> fogalmazás, mondatalkotás.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	szöveges feladat, adat, ismeretlen adat, információ, ellenőrzés, szöveges válasz	
Javasolt tevékenységek	– „Beszélgetés, történetmesélés eseményképekről, ábrákról szabadon és egy-egy részletre fókuszálva is – Relációs szókincs fejlesztése konkrét megjelenítéssel, például: „Ki az idősebb?”, „Kinek van kettővel több ceruzája?”, „Hány gombóc fagyit tudunk megenni összesen?” – Adott szituációt leíró minél több mondat gyűjtése csoportban, például „A bal kezemben 2-vel több ceruza van, mint a jobb kezemben”, „A jobb kezemben 2-vel kevesebb ceruza van, mint a bal kezemben”, „Ha a jobb kezembe még 2 ceruzát veszek, akkor ugyanannyi lesz, mint a bal kezemben”, „Ha a bal kezemből leteszek 2 ceruzát, akkor ugyanannyi lesz, mint a jobb kezemben” – Szöveges feladatról készült ábrák, rajzok összehasonlítása, értékelése; praktikus, de az értelmezést segítő ábrák gyűjtése	

	– „Feladatküldés”: csoportonként adott modellhez szöveges feladat alkotása, a feladat továbbadása másik csoportnak, akik visszaküldik a megoldást; a feladatírók ellenőrzik
--	---

6. témakör	Szám és valóság kapcsolata	Órakeret 9 óra (a tanév folyamán elosztva)
------------	----------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Halmazok elemszám szerinti összehasonlítása párosítással (egy-egy értelmű leképezéssel): több, kevesebb, ugyanannyi relációk felismerése, megnevezése 100-as számkörben.	Használja a kisebb, nagyobb, egyenlő kifejezéseket a természetes számok körében. Helyesen használja a mennyiségi viszonyokat kifejező szavakat, nyelvtani szerkezeteket.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szókincsfejlesztés
Szám jelének hozzákapcsolása az ugyanannyi viszonyban lévő mennyiségekhez 100-as számkörben.		
A mennyiségi viszonyok kifejezésére szolgáló szavak, jelek értése és használata szóban és írásban.	Helyesen érti és alkalmazza a feladatokban a „valamennyivel” több, kevesebb fogalmakat. Érti és helyesen használja a több, kevesebb, ugyanannyi relációkat halmazok elemszámával kapcsolatban, valamint a kisebb, nagyobb, ugyanakkora relációkat a megismert mennyiségekkel (hosszúság, tömeg, űrtartalom, idő, terület, pénz) kapcsolatban.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szókincsfejlesztés
Tapasztalatszerzés a 100-as számkör számainak mérőszámként való megjelenéséről (például: 28, 28 dl,		

28 l, 28 kg; 64 tízes számszomszédjai, 64 cm, 60 cm-nél nagyobb és 70 cm-nél kisebb mennyiség; tízes csoportosítás érzékeltetése kirakással: 64 cm az 6 narancssárga rúd és 4 fehér kis kocka hosszúságú) .		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	kisebb, nagyobb, ugyanakkora, több, kevesebb, ugyanannyi, párosítás, bontás	
Javasolt tevékenységek	– Relációs szókincs fejlesztése konkrét megjelenítéssel, például „Ki a magasabb?”, „Melyik ceruza hosszabb?”, „Melyik színes rúd rövidebb a kisujjadnál?” – Érzékszervi tapasztalatok gyűjtése mennyiségekről, darabszámokról, például „Bal kezedbe fogd a sötétkéék rudat, csukott szemmel keress nála hosszabbat, rövidebbet, ugyanolyan hosszút!”, „Csukott szemmel dönts el, melyik fonál hosszabb, melyik vastagabb!”, „Melyik zsákban van több gesztenye?”, „Csukott szemmel, hallás alapján dönts el, hogy melyik zsákba ejtettem több gesztenyét!” – „Pénzcsörgető”: a gyerekek csukott szemmel hallgatják, ahogy egy tálba pénzürméket ejtünk; „Mennyi a tálban lévő pénzürmék összege?”, „Milyen értékű pénzeket csörgettünk, ha összesen 15 Ft van a tálban?” – „Helyi értékes pénzcsörgető”: különböző hangot adó tálakba ejtjük az érméket; az egyeseket az egyik tálba, a tízeseket a másikba, tetszőleges sorrendben – Mennyiség megmaradásának vizsgálata, például különböző alakú üvegekbe öntögetéssel – Darabszám megmaradásának vizsgálata, például ugyanannyi korong sűrűn egymás mellett és széthúzva; ugyanannyi korong rendezetlen és rendezett alakzatban – Mennyiségekkel, darabszámokkal kapcsolatos megfigyelések párosítással, összeméréssel a környezetünkben, például „Miből van több? Székből vagy gyerekből? Széklábból vagy asztallábból?”, „Jut-e mindenkinek lufi, pohár, szívószál, csákó?”, „Melyik sál hosszabb?” – Párkereső (2-es, 3-as, 4-es pár) valahányasával előre becsomagolt apró tárgyakkal, az „ugyanannyik” elnevezése – „Keveredj! Állj meg! Csoportosulj!” játék – Játék „pöttyöskártyával”, például memóriajáték többféle szabállyal (párt alkot az azonos számosságú, kettő különbségű, együtt 10-et adó)	

	– Játék dominókkal, például csapni kell arra, amelyiken összesen 7 pötty van – Gyorsolvasások tárgyképekkel, „pöttyöskártyákról” – Lufik számának bontása két csapat között a lufik ütögetésével: két csapat a saját térfeléről lufikat ütöget a másik csapat térfelére; tapsra leállnak, megszámlálják, melyik térfélen hány lufi van – „Bontó gép” készítése sajtos és fogkrémes dobozból: a felső nyílásán bedobott apró tárgyakkal (például babszemekkel) megjelenített számot a belsejében lévő elválasztók segítségével felbontja kisebb számokra – „Korongforgatás”: belső kép kialakítása a számok kétfelé bontásáról, például 6 kék korong és 0 piros, jobb szélső korong megfordítása, 5 kék korong és 1 piros, és így tovább – Szőnyegezések színes rudakkal
--	--

7. témakör	Számlálás, becslés	Órakeret 6 óra (a tanév folyamán elosztva)
------------	--------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Meg- és leszámlálások valahányasával, például kettesével, tízesével, ötösével, négyesével, hármassával oda-vissza 100-as számkörben eszközökkel (például: hétköznapi tárgyak, abakusz, pénz) és eszközök nélkül.	Oda-vissza számlál kerek tízessel.	<i>Német nyelv és irodalom:</i> számok 100-ig
Tapasztalatszerzés darabszámok, mennyiségek becslésével kapcsolatban 100-as számkörben.		
Becslés során a korábbi tapasztalatok és a becslendő mennyiség tulajdonságainak figyelembevétele.	Ismeri a következő becslési módszereket: közelítő számlálás, közelítő mérés, mérés az egység többszörösével.	

Becslések értékelése.	Becslését finomítja újbecsléssel.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	számlálás, becslés	
Javasolt tevékenységek	– Hétköznapi helyzetekben történő becslések, mérés számlálással, például „Hány lépés a tanteremtől az ebédlő?”, „Hány evőkanál egy tányér leves?”, „Hány harapással lehet megenni egy almát?” – „Számfuttatás” játék oda-vissza, tetszőleges számról indítva, tetszőleges „lépéssel”, például 60-tól 6-osával visszafelé – Oda-vissza számlálás közben periodikus mozdulatok, például taps elöl, taps fent, taps hátul, ugrás, dobantás – „Lépj hozzám!” játékos feladat: a játékvezető a kör közepén áll, és egyesével kéri a játékosokat, hogy lépjenek hozzá egyforma lépésekkel, és fogjanak vele kezét, például „Anna, lépj hozzám 5 egyforma lépéssel!”, „Zsolt, lépj hozzám 24 egyforma lépéssel!” – 12-es, 13-as... 16-os... 20-as gyűjtések; 30-nál nagyobb, de 100-nál kisebb darabszámú dolgok gyűjtése; 100-as gyűjtés apró tárgyakból leszámlálással és előrecsomagolt dolgok megszámlálásával – Tevékenységek madzagra fűzött színes gyöngyökkel, például „Húzz külön adott számú gyöngyöt minél gyorsabban!”, „Készíts négy egyforma csoportot!”; a felfűzés lehet összevissza vagy kettesével, ötösével, ... csoportosítva, 10-es, 20-as, 100-as számkörben tetszőlegesen megválasztott számú gyönggyel – Gyufaskatulyákban apró dolgok (például csavarok) számának becslése rázogatással	

8. témakör	Számok rendezése	Órakeret 6 óra (a tanév folyamán elosztva)
-------------------	-------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
---	----------------------------	----------------------------

Számok nagyság szerinti összehasonlítása bontott alakban is: melyik nagyobb, mennyivel nagyobb.	Nagyság szerint sorba rendez számokat, mennyiségeket.	<i>Testnevelés és sport:</i> sorban állás különböző szempontok szerint.
Mennyiségi viszonyok jelölése nyíllal vagy a $<$, $>$, $=$ jelekkel.		
Sorszámok ismerete, alkalmazása.		
Számvonal, számegyenes alkotása, rajzolása, a számok helyének jelölésével 100-as számkörben. Számegyenes irányának, egységének megadása két szám kijelölésével.	Megtalálja a számok helyét, közelítő helyét egyszerű számegyenesen.	
Számok, műveletes alakban megadott számok (például: $2+3$; $10-3$; $20:2$, $5\cdot 2$) helyének megkeresése a számegyenesen 100-as számkörben.	Megadja és azonosítja számok sokféle műveletes alakját.	
Számok helyének azonosítása számtáblázatokban.		
Számok helyének azonosítása 10×10 -es táblán (0–99-ig, valamint 1–100-ig). Számok változásának követése 10×10 -es táblán (0–99-ig, valamint 1–100-ig).	Számtáblázatokban, a számegyenesnek ugyanahhoz a pontjához rendeli a számokat különféle alakjukban.	
Számok egyes, tízes szomszédainak ismerete, megnevezése 100-as számkörben.	Megnevezi a számok egyes, tízes, százaz, szomszédjait, tízesekre, százazokra kerekített értékét.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	sorszám, számegyenes, számtábla, nagyobb, kisebb, növekedés, csökkenés, egyes számszomszéd, tízes számszomszéd	

Javasolt tevékenységek	– Ugróiskolába tetszőleges számok írása, a számokon növekvő, majd csökkenő sorban végigugrálás – Számok szemléltetéséhez, összehasonlításához, sorba rendezéséhez „élő számegyenes” létrehozása: a tanulók egy, a hátukra ragasztott számot képviselnek, és az értéküknek megfelelően foglalják el a helyüket növekvő vagy csökkenő sorrendben – Számvonal alkotása, például különféle színű gyufaskatulyákból, gyöngyökből – Korongszámegyenes készítése (pirosak és kékek 5-ös vagy 10-es váltakozásban) – Lépkedések különféle, változatosan alkotott számvonalakon – Sorszámok alkalmazása versenyek eredményhirdetésekor – Sorszámok húzása várakozáshoz, például ki hányadik sorát olvassa egy versnek – Gyufaskatulyákon számok 0–10-ig, mindben annyi csavar, amelyik szám rá van írva; a számokat lefordítjuk, a skatulyák tömege, rázogatása segítségével rendezzük növekvő, csökkenő sorrendbe a számokat – „Vigyázz6!” játék – Lépkedések 10×10-es táblán, nevezetes irányok megfigyelése – Üres 10×10-es táblán néhány megadott szám segítségével bizonyos helyek azonosítása – Számbarkochba „valaminél nagyobb”, „valaminél kisebb” kérdések segítségével
-----------------------------------	---

9. témakör	Számok tulajdonságai	Órakeret 9 óra (a tanév folyamán elosztva)
-------------------	-----------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Számok kifejezése művelettel megadott alakokban, például: $71+8$, $81-6$, $3 \cdot 5$.		

Számok formai tulajdonságainak megfigyelése: számjegyek száma, számjegyek egymáshoz való viszonya. Számok tartalmi, formai jellemzése, egymáshoz való viszonyuk kifejezése kitalálós játékokban. Számjelek olvasása, írása.	Számokat jellemez tartalmi és formai tulajdonságokkal. Ismeri a római számjelek közül az I, V, X, L, C jeleket, hétköznapi helyzetekben felismeri az ezekkel képzett számokat. Helyesen írja az arab számjeleket.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mesékben előforduló számok.
Hármasával, négyesével, ötösével... és 3, 4, 5... egyenlő darabszámú csoportból kirakható számok megfigyelése különféle eszközökkel végzett csoportosítások, építések során.		<i>Testnevelés és sport:</i> párok, csoportok alakítása.
Háromszögszámok, négyzetszámok megfigyelése különféle eszközökkel végzett alkotások során.		
Számok közti viszonyok megfigyelése, például: adott számnál nagyobb, kisebb valamennyivel, adott számnak a többszöröse.	Számot jellemez más számokhoz való viszonyával.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	számjegy; egyjegyű, kétjegyű számok; páros, páratlan	
Javasolt tevékenységek	– Gyorsolvasási gyakorlatok meglévő kártyákról vagy a gyerekek saját készítésű számképeiről, pöttyöskártyáiról – Szőnyegezések színes rudakkal – Shut the box típusú játék két kockával – „Ország, város” játék: sorsolt számjegyekből az oszlopoknak megfelelő tulajdonságú számok előállítás	

10. témakör	Számok helyi értékes alakja	Órakeret 5 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	------------------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Csoportosítások, beváltások tízesével különféle eszközökkel, például: apró tárgyak, tojástartó, építőkockák, pénzek, abakusz.		<i>Németnyelv és irodalom, magyar nyelv és irodalom:</i> tapasztalatszerzés a közvetlen és tágabb környezetben, tárgyak megfigyelése, számlálása.
Leltárak készítése 10-esével történő csoportosítások, beváltások után.		
Számok tízesekre és egyesekre bontott alakjainak előállítása és felismerése nem csak helyi érték szerint rendezett alakban.	Érti a számok ezresek, százasokból, tízesekből és egyesekből való épülését, ezresek, százasok, tízesek és egyesek összegére való bontását. Érti a számok számjegyeinek helyi, alaki, valódi értékét.	
Számok írása, olvasása számrendszeres, azaz helyi értékes alakjukban, 100-as számkörben.	Helyesen írja és olvassa a számokat a tízes számrendszerben.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	csoportosítás, beváltás, leltár, bontott alak, tízes, egyes	
Javasolt tevékenységek	– Adott számosságú apró dolog csomagolása csoportmunkában, az elkészült csomagolások alapján leltárkészítés – Adott számosságú apró dolog csomagolása csoportmunkában hármassal, majd ugyanannyi csomagolása négyessel; a csomagolások alapján készült leltárak összehasonlítása	

	– Csomagolások leltárak alapján – Csomagolások átlátszatlan és átlátszó csomagolással – Csoportosítások rajzolt képeken – Leltárak kiolvasása különböző csoportosítások (köztük tízesével is) után – Játék logikai készlettel: csoportosítás, beváltás, gyűjtött vagyon összehasonlítása (6 háromszög ér 1 négyzetet, 2 négyzet 1 kört) – Számországok pénzeinek csoportosítása, beváltása, leltározása, adott összeg kifizetése legkevesebb számú „érmével”, például petákkal (1, 3, 9, 27), fityingekkel (1, 2, 4, 8, 16) – Tevékenységek Dienes-készlettel – Ismerkedés a szorobánnal
--	---

11. témakör	Mérőeszköz használata, mérési módszerek	Órakeret 10 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	--	---

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Mérőszám fogalmának megértése.		
Különböző mennyiségek mérése ugyanazzal az egységgel; annak megfigyelése, tudatosítása, hogy a nagyobb mennyiséget több egység teszi ki, a kevesebb mennyiséget kevesebb egység teszi ki. Azonos mennyiségek mérése különböző egységekkel; annak megtapasztalása, megfigyelése, hogy kisebb	Összeveti azonos egységgel mért mennyiség és mérőszáma nagyságát, összeveti ugyanannak a mennyiségnek a különböző egységekkel való méréskor kapott mérőszámait.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat: közvetlen környezetünk mérhető tulajdonságai.</i>

egységből több teszi ki ugyanazt a mennyiséget, nagyobb egységből kevesebb teszi ki ugyanazt a mennyiséget.		
Mennyiségek becslése, megmérése, kimérése szabványmértékegységek közül a következőkkel: cm, dm, m; dl, l; kg.	Megbecsül, mér alkalmi és szabványos mértékegységekkel hosszúságot, tömeget, űrtartalmat és időt.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> mérések a mindennapokban, vonalzó használata.
Hétköznapi tapasztalatok szerzése a szabványmértékegységek nagyságáról.	Területet mér különböző egységekkel lefedéssel vagy darabolással.	
Szabványos mérőeszközök használata.	Helyesen használja a hosszúságmérés, az űrtartalommérés és a tömegmérés szabványegységei közül a következőket: mm, cm, dm, m, km; ml, cl, dl, l; g, dkg, kg.	
Egész órák és percek leolvasása különféle analóg és digitális órákról.		<i>Testnevelés és sport; énekzene:</i> időtartam mérése egységes tempójú mozgással, hanggal, szabványegységekkel.
Különböző hazai és külföldi pénzek címleteinek megismerése 100-as számkörben szituációs játékokban.	Ismer hazai és külföldi pénzcímleteket. Alkalmazza a felváltást és beváltást különböző pénzcímletek között.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	összehasonlítás, mérés, mérőeszköz, mérőszám, mértékegység, hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő, cm, dm, m, dl, l, kg, másodperc, perc, óra, nap, hét, hónap, év	
Javasolt tevékenységek	– Különböző hangok összehasonlítása, például „Melyik hang hosszabb-rövidebb, magasabb-mélyebb, hangosabb-halkabb?” – Különböző tömegű tárgyak, gyümölcsök, gesztenyék tömegének összehasonlítása érzésre két kézzel, majd ellenőrzése vállfamérleggel	

	– Vállfámérleg és színes rudak segítségével különböző tömegek összemérése, a kettő közti különbség meghatározása – Hosszúság mérése arasszal, lépéssel, tyúklépéssel – Hosszúság mérése egyforma pálcikákkal, egyforma színes rudakkal – Mérőszalag készítése tenyér és ujj léptékekkel; színes rudak által meghatározott léptékekkel – Skálázott mérőedény készítése pohárnyi víz és többszörösének kiméréséhez – Mennyiségek becslése, majd a becslés ellenőrzése méréssel különböző objektív egységek esetén, például szakasz rajzolása, amelyik olyan hosszú, mint 2 világoskék rúd – 1 perc becslése: mindenki becsukja a szemét, lehajtja a fejét, akkor nyitja ki a szemét, amikor úgy gondolja, hogy letelt az 1 perc – Tapasztalatgyűjtés arról, hogy mire elég 1 perc, például hány szót vagy hány számot lehet leírni 1 perc alatt; mennyit ver a szívünk nyugalmi helyzetben, hányat lehet ugrani, mennyit ver a szívünk mozgás után 1 perc alatt
--	--

12. témakör	Alapműveletek értelmezése	Órakeret 10 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	----------------------------------	---

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Szorzás értelmezése tevékenységekkel egyenlő tagok összeadásaként.	Helyesen használja a műveletek jeleit.	
Többszörösök közötti kapcsolatok megértése a szorzás értelmezése alapján (pl. adott szám 4-szerese a számmal nagyobb az adott szám 3-szorosánál, adott szám 2-szeresének és 3-szorosának az összege a szám 5-szöröse).		

A szorzó- és bennfoglaló táblák felépítése összefüggéseik szerint: 2-5-10, 2-4-8, 3-6-9, 7.	Megérti a következő kifejezéseket: tagok, összeg, kisebbítendő, kivonandó, különbség, tényezők, szorzandó, szorzó, szorzat, osztandó, osztó, hányados, maradék. Érti a szorzó- és bennfoglaló táblák kapcsolatát.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szókincsfejlesztés, helyes szóhasználat.
Osztás mint bennfoglaló osztás és mint egyenlő részekre osztás értelmezése tevékenységekkel (például: szituációs játékok, különböző eszközökkel való kirakások).	Helyesen értelmezi az összeadást, a kivonást, a szorzást, a bennfoglaló és az egyenlő részekre osztást.	<i>Erkölcstan:</i> igazságosság, elosztás
Maradékos bennfoglaló osztás értelmezése tevékenységek során.		
Szorzás és a kétféle osztás kapcsolatának értelmezése tevékenységek során előállított képek, majd megadott ábrák alapján.		
Műveletről kirakás, kép, szöveges feladat készítése; műveletek eljátszása, lerajzolása, szöveggel értelmezése.	Értelmezi a műveleteket megjelenítéssel, modellezéssel, szöveges feladattal. Szöveget, ábrát alkot matematikai jelekhez, műveletekhez.	<i>Vizuális kultúra:</i> információk képi megjelenítése.
Szöveges feladatokban a különböző kifejezésekkel megfogalmazott műveletek megértése tanítói segítséggel.	Hozzákapcsolja a megfelelő műveletet adott helyzethez, történéshez, egyszerű szöveges feladathoz. Szöveghez, valós helyzethez kapcsolva zárójelet tartalmazó műveletsort értelmez, elvégez. Szöveges feladatokban a különböző kifejezésekkel megfogalmazott műveleteket megérti.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	összeadás, kivonás, összeg, különbség, szorzás, bennfoglalás, egyenlő részekre osztás, művelet, egyenlővé tevés, többszörös	

Javasolt tevékenységek	– Valós dolgok számának megállapítása szorzással, például azonos állatok lábainak száma – Szorzat kirakása színes rudakkal, szorzat leolvasása mérőszalag segítségével – Bennfoglaló osztás kirakása tárgyakkal, például ceruzák dobozolása vagy lufik osztogatása – Egyenlő részekre osztás lejátszása, például süteményekkel, cukorkákkal, korongokkal – „Feladatküldés”: műveletről rajz, szöveg készítése – Összeadás, kivonás abakuszon, szorobánon
-----------------------------------	---

13. témakör	Alapműveletek tulajdonságai	Órakeret 8 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	------------------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Műveleti tulajdonságok megfigyelése változatos tevékenységek alapján: tagok, tényezők felcserélhetősége, csoportosíthatósága; összeg, különbség szorzása, szorzat széttagolása; például: $9+62 = 62+9$; $25-17+5 = (25+5)-17$; $3 \cdot 9 = 3 \cdot 5 + 3 \cdot 4$.	Számolásaiban felhasználja a műveletek közti kapcsolatokat, számolásai során alkalmazza konkrét esetekben a legfontosabb műveleti tulajdonságokat.	
A megértett műveleti tulajdonságok alkalmazása számolási eljárásokban, szöveges feladatokban, ellenőrzésnél.	Alkalmazza a műveletekben szereplő számok (kisebbitendő, kivonandó és különbség; tagok és összeg; tényezők és szorzat; osztandó, osztó és hányados) változtatásának következményeit.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szókincsfejlesztés, helyes szóhasználat.

Hiányos műveletek és műveletsorok megoldása az eredmény ismeretében a művelet megfordításával is 100-ig.	Megold hiányos műveletet, műveletsort az eredmény ismeretében, a műveletek megfordításával is.	
Műveletekben szereplő számok változtatása közben az eredmény változásának megfigyelése.		
Műveletek közötti kapcsolatok megfigyelése és alkalmazása ellenőrzésnél.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	nincs új fogalom	
Javasolt tevékenységek	– Szőnyegezések színes rudakkal – „Babos” játék összeadások és kivonások közti kapcsolatok megértéséhez, például a tanuló bal kezében 5 babszem van, jobb kezében 6; bal és jobb kéz egymás mellé téve „5+6 az ugyanannyi, mint 11”, a két kéz keresztbe téve „6+5 az 11”, a bal kéz hátra téve „11-5 az 6”, bal kéz visszahozása után a jobb kéz hátra téve „11-6 az 5” – „Hajtogató” segítségével a szorzótáblákon belüli és a szorzótáblák közti összefüggések felfedezése: 10×10-es négyzetrács hajtogatása a vonalak mentén, például 6×8-as téglalap hajtogatása után, félbehajtással 3×8 vagy 6×4, majd újabb félbehajtással 3×4, 6×2 vagy 3×4 – Lépegetések számegyenesen, például 16-tól 35 lépés, 35-től 16 lépés – Színes rudak egymás mellé fektetésével a tényezők felcserélhetőségének tapasztalása, például 7 lila rúd = 6 fekete rúd: egymás után vonalba („hosszúságuk” érzékeltetése) és egymás mellé szőnyegezve („területük” érzékeltetése) – Négyzetrácson kertek bekerítése – Műveletsor lejátszása egymás mellé állított dobozokba apró tárgyak pakolásával, majd a műveletsor visszafelé való lejátszása	

14. témakör	Szóbeli számolási eljárások	Órakeret 10 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	------------------------------------	---

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Számolási eljárások a műveletek értelmezései alapján 100-as számkörben.	Alkalmazza a számolást könnyítő eljárásokat.	
Számolási eljárások szám- és műveleti tulajdonságok felhasználásával 100-as számkörben.		
Bontások és pótlások alkalmazása.		
Számhoz számszomszédainak hozzáadása ($6+7=6+6+1=7+7-1$) és a nekik megfelelő kivonások elvégzése (13-6, 13-7).		
100-as számkörben való összeadás, kivonás a 20-as számkörben tanultakkal való analógia alapján (tízesekre, egyesekre bontás felhasználásával).		
Szorzó- és bennfoglaló táblák belső összefüggéseinek és egymás közti kapcsolatainak alkalmazása számolások során, például: $6 \cdot 8 = 6 \cdot 5 + 6 + 6 + 6 = (6 \cdot 4) \cdot 2$; $8 \cdot 4 = (4 \cdot 4) \cdot 2$.		
Szorzatok, hányadosok kiszámolása ismert szorzatokhoz való viszonyítással.		

Kulcsfogalmak/ fogalmak	nincs új fogalom
Javasolt tevékenységek	– Mérőszalagon számok hozzáadása és elvétele színes rudak tetszőleges számhoz való hozzáillesztésével, például sötétkék színes rúddal 9 hozzáadása és elvétele; az analógiák megfigyelése – Egyenlő tagok összeadása ujjak segítségével – „Hány ujjadat fogom? Hány ujjadat nem fogom?” játékos feladat párban – Számképek felidézése, számok különböző tagolásainak megválasztása számolási eljárások során – Tojástartóval a 10-re pótlás és tízesátlépés lejátszása – Azonos művelet kapcsán a tanulók egyénileg alkalmazott számolási eljárásainak megfogalmazása, megosztása – „Boltos játék”: csak kerek tízesekkel lehet fizetni, a boltos visszaad

15. témakör	Fejben számolás	Órakeret 9 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Összeadás és kivonás kerek tízesekkel a 100-as számkörben.		
Összeadás és kivonás kerek tízesekkel és egyjegyűekkel a 100-as számkörben.		
Összeadás és kivonás teljes kétjegyűekkel és egyjegyűekkel a 100-as számkörben.		

Teljes kétjegyű számok összeadása és kivonása 100-as számkörben eszközökkel, például tojástartókkal, számtáblázatokkal, abakusszal, pénzzel.		
Teljes kétjegyű számok összeadása és kivonása 100-as számkörben, fejben.	Fejben pontosan összead és kivon a 100-as számkörben.	
A szorzó- és bennfoglaló táblákon belüli kapcsolatok alapos megismerése, megértése tevékenységek, ábrák segítségével, és számolás a felfedezett összefüggések alkalmazásával. A szorzó- és bennfoglaló táblák közti kapcsolatok alapos megismerése, megértése tevékenységek, ábrák segítségével, és számolás a felfedezett összefüggések alkalmazásával.	Érti a szorzó- és bennfoglaló táblák kapcsolatát.	
A 2-es, 5-ös, 10-es, 3-as, 4-es, 9-es szorzó- és bennfoglaló táblák eseteinek emlékezetből való felidézése tízszeresig. A 6-os, 7-es, 8-as szorzó- és bennfoglaló táblák eseteinek kiszámolása valamilyen számolási eljárás segítségével fejben tízszeresig.	Emlékezetből tudja a kisegyszeregy és a megfelelő bennfoglalások, egyenlő részekre osztások eseteit a számok tízszereséig.	
100-as számkörben szorzatok, hányadosok kiszámolása ismert szorzatokhoz való viszonyítással.	Fejben pontosan számol a 100-as számkörben egyjegyűvel való szorzás és maradék nélküli osztás során.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	kerek tízes	

Javasolt tevékenységek	– „Boltos játék” – „25 vagy semmi” játék párban – „Számfuttatás” játék – Láncszámolások – Szorzat alapján a társnál lévő szám kitalálása: a szorzatot a csoport mondja a két játékosnál lévő egy-egy szám összeszorzásával, a saját tényezőnket ismerjük – „Hajtogató” – Egy képről többféle művelet olvasása – 5-10, 2-4-8, 3-6 szorzótáblák közti kapcsolatok vizsgálata ujjak segítségével, például 4 gyerek bal kezén mutat 3 ujjat, majd 4 gyerek két kezén mutat 3-3 ujjat; az egyes mutatásokról olvasások „számtannyelven” – 5-10, 2-4-8, 3-6 szorzótáblák közti kapcsolatok vizsgálata korongok (vagy pénzek) kirakásával és azok tükrözésével különböző kiindulási helyzetekből, például két korong kirakása, tükörben látott korongok kirakása a tükör másik oldalára, az új kirakás tükrözése, és így tovább; az egyes helyzetekről olvasások „számtannyelven”
-------------------------------	--

16. témakör	Alkotás térben és síkon	Órakeret 4 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	--------------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Építés egyszerűbb nézetek, egyszerűbb alaprajzok alapján.	Minta alapján létrehoz térbeli, síkbeli alkotásokat. Testeket épít élekből, lapokból képek, alaprajzok alapján.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat: házikó</i>

Sokszögek előállítása nyírással, hajtogatással, pálcikákkal, gumikarika kifeszítésével, vonalzó rajzolással adott feltételek szerint.	Síkidomokat hoz létre különféle eszközök segítségével. Alaklemezt, vonalzót használ alkotáskor.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> síkidomok készítése
Szimmetrikus alakzatok létrehozása térben és síkban (például: építéssel, kirakással, nyírással, hajtogatással, festéssel), és szükség szerint a szimmetria meglétének ellenőrzése választott módszerrel (például: tükör, hajtogatás).	Szimmetrikus alakzatokat hoz létre térben, síkban különböző eszközökkel; felismeri a szimmetriát valóságos dolgokon, síkbeli alakzatokon.	<i>Vizuális kultúra:</i> Szimmetrikus formák festése, színezése.
Adott feltételeknek megfelelő többféle alakzat, minta előállítása.	Alkotásában követi az adott feltételeket.	<i>Vizuális kultúra:</i> Kompozíció alkotása geometriai alakzatokból.(mozaikkép)
Kulcsfogalmak/ fogalmak	alaprajz	
Javasolt tevékenységek	– „Szobasarok” cipősdobozból, belehelyezett játék megvilágítása 3 irányból, árnyékok megfigyelése – „Szobasarok” négyzethálós falaira rajzolt árnyékok alapján építés színes rudakból – Rövid ideig látott képről másolat készítése a vizuális memória fejlesztésére – „Telefonos játék” – Papírharmónia hajtása, a hajtások szélén nyírások, a papírlap szétnyitása után az ismétlődő minta megfigyelése, például egymás kezét fogó gyerekek – Terítő, hópehely készítése hajtogatott papírból való nyírással – Geometriai fejtörők, például tangram, gyufarejtvények – Háromszögek, négyszögek nyírása egy egyenes vonal mentén, a keletkező síkidomok számának és alakjának vizsgálata	

17. témakör	Alakzatok geometriai tulajdonságai	Órakeret 6 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	---	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Testek és síkidom modellek megkülönböztetése. Testek jellemző tulajdonságainak keresése, megfigyelése, megnevezése: sík vagy görbe felületek, „lyukas – nem lyukas”, „tömör”, „bemélyedése van”, „tükrös”.	Megkülönbözteti és szétválogatja szabadon választott vagy meghatározott geometriai tulajdonságok szerint a gyűjtött, megalkotott testeket, síkidomokat.	
Sokszöglapokkal határolt testek lapjainak, éleinek, csúcsainak megfigyelése. Egyszerű, sokszöglapokkal határolt test lapjainak megszámlálása. Téglatest lapjainak megszámlálása.	Megnevezi a tevékenységei során előállított, válogatásai során előkerülő alakzatokon megfigyelt tulajdonságokat; megnevezi a sík és görbült felületeket, az egyenes és görbe vonalakat, szakaszokat tapasztalati ismeretei alapján. Megszámlálja az egyszerű szögletes test lapjait. Megnevezi a téglatest lapjainak alakját, felismeri a téglatesten az egybevágó lapokat, megkülönbözteti a téglatesten az éleket, csúcsokat.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat: Síkidomok, testek alkotása.</i>
Sokszögek előállítása során az oldal és csúcs szavak megismerése, használata. Sokszögek oldalainak és csúcsainak megszámlálása. Sokszögek elnevezése oldalak és csúcsok száma szerint.	Kiválasztja megadott síkidomok közül a sokszögeket. Tudja a téglalap oldalainak és csúcsainak számát, összehajtással megmutatja a téglalap szögeinek egyenlőségét. Megmutatja a téglalap azonos hosszúságú oldalait és elhelyezkedésüket, megmutatja és megszámlálja a téglalap átlóit és szimmetriatengelyeit.	

Sokszögek közül a nem négyzet téglalapok és négyzetek kiválogatása.	Megfigyeli a kocka mint speciális téglatest és a négyzet mint speciális téglalap tulajdonságait. Megnevezi megfigyelt tulajdonságai alapján a téglatestet, kockát, téglalapot, négyzetet.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	test, síkbeli alakzat; sík, görbe felület; egyenes, görbe vonal; oldal, csúcs, lap, sokszög, körlap, háromszög, négyszög, téglalap, négyzet	
Javasolt tevékenységek	– Kakukktójasjátékok, felismerő játékok, párkereső játékok kézbe fogható tárgyakkal, testekkel; letakart tárgyakkal, testekkel „vakon” tapogatva; hétköznapi tárgyokról készült fotókkal – Kakukktójasjátékok, felismerő játékok, párkereső játékok kézbe fogható síkidomokkal – Két téglatest összeragasztása „L” alakba, az „L” alakú test lapok szerinti borítása színes papírral, a keletkező lapok számlálása – Síkidomok, testek alkotása például szívószálakból és madzagból, hurkapálcából és gyurmából – Háromszögek készítése különféle hosszúságú szívószáldarabokból, például: 3 cm, 6 cm, 5 cm; 3 cm, 6 cm, 9 cm (!); 3 cm, 6 cm, 10 cm – Négyszögek készítése szívószálból, annak megfigyelése, hogy az oldalak hosszúsága nem határozza meg az alakot – Négyszögek készítése szívószálból úgy, hogy két-két szívószál hossza egyenlő (színe azonos); a felfűzés sorrendjének változtatásával többek között a szomszédos és szemközti oldalak fogalmának megértése – Szöges táblán alakzatok kifeszítése gumikarikával megadott minta alapján vagy megadott feltétel szerint – Különféle ponthálókön, rácson alakzatok másolása megadott minta alapján vagy rajzolás megadott feltétel szerint	

18. témakör	Transzformációk	Órakeret 3 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Síkbeli alakzatok tükrötengelyeinek keresése tükörrel, hajtogatással.	Megépíti, kirakja, megrajzolja hálón, jelölés nélküli lapon sablonnal, másolópapír segítségével alakzat tükörképét, eltolt képét.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> Szimmetrikus formák készítése vágással.
Alakzatok eltolt képének előállítása térben és síkban mozgással, mozgatással, másolópapír segítségével.	Ellenőrzi a tükrözés, eltolás helyességét tükör vagy másolópapír segítségével.	
Sor- és síkminták készítése eltolással és tükrözéssel.	Követi a sormintában vagy a síkmintában lévő szimmetriát.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	tükrökép, tükrötengely, eltolt kép, mozgatás	
Javasolt tevékenységek	– Építések, mozgatások úgy, hogy a két kéz egyszerre ugyanazt csinálja egymás tükörképeként – Papírlap egyik oldalára festékpaca nyomása, a papír másik felének ráhajtása, a papír szétnyitása, a készült minta kiegészítése – Összehajtott papírból alakzat kivágása – Összehajtott papírra rajzolt alakzat határvonalainak átbökése gombostűvel – Néhány kirakott logikai lap (színes rúd) tükörképének megépítése függőleges tengelyre nézve, vízszintes tengelyre nézve (ahogy a tóban látszik)	

19. témakör	Tájékozódás térben és síkon	Órakeret 4 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	------------------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Hely meghatározása sakktáblán.	Térképen, négyzethálón megtalál pontot két adat segítségével.	<i>Testnevelés és sport:</i> térbeli tudatosság, elhelyezkedés a térben, mozgásirány, útvonal, kiterjedés.
Tájékozódás négyzethálón.		Német nyelv és irodalom: „Rastenspiel”.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	jobb, bal, le, fel, előtte, mögötte, mellette, kint, bent, előre, hátra, távolabb, közelebb	
Javasolt tevékenységek	– „Különbségkereső” játék párban: két tanuló hátára ragasztott egy-egy kép közötti különbségek megtalálása – Ismert útvonal leírása szóban, például: „Hogyan jutsz az iskolából a játszótérre?” – Bekötött szemű gyerek irányítása adott célhoz, a célban a kendő levétele után azonos úton visszatalálás a kiindulóponttra – Szituációs játékokban színházjegyek, mozijegyek alapján ülőhelyek megtalálása – „Vándorvezér” játék sakktáblán, például „f4-ről 2 mezőt felfele lépve hova jutunk?”	

	– „Vonalvezetős” játék irányok és távolságok megadásával, melynek során különböző formák rajzolódnak ki a négyzethálón, például 2 lépés fel, 3 lépés balra... – Négyzethálóra rajzolt minta alapján a vonalvezetés diktálása társnak
--	---

20. témakör	Összefüggések, kapcsolatok, szabályszerűségek felismerése	Órakeret 9 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	--	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Személyek, tárgyak, dolgok, számok, testek, síklapok között megjelenő kapcsolatok megfigyelése, felfedezése.	Megfogalmazza a személyek, tárgyak, dolgok, időpontok, számok, testek, síklapok közötti egyszerű viszonyokat, kapcsolatokat.	
A problémákban szereplő adatok viszonyának felismerése, például: időrend, nagyságviszonyok, változások, egyenlőségek. Megfigyelt kapcsolatok megfordítása, például Anna alacsonyabb, mint Berci, Berci magasabb, mint Anna.	Érti a problémákban szereplő adatok viszonyát. Megfogalmazza a felismert összefüggéseket.	<i>Magyar nyelv és irodalom, német nyelv és irodalom:</i> Történetek mondatainak helyes időrendbe állítása.
Változó helyzetek megfigyelése, a változás jelölése nyíllal.		
Sorozat alkotása közösen értelmezett szabály szerint.	Megadott szabály szerint sorozatot alkot.	
Elkezdett sorozatok, táblázatok egyszerű szabályának felismerése.	Megértett probléma értelmezéséhez, megoldásához sorozatot, táblázatot állít elő modellként.	

Megkezdett egyszerű szabályú sorozat folytatása mindkét irányban.	Ismert műveletekkel alkotott sorozat, táblázat szabályát felismeri; ismert szabály szerint megkezdett sorozatot, táblázatot helyesen, önállóan folytat.	
Gépjátékok szabályának felismerése. Gépjátékokban elempárok, elemhármasok hiányzó elemének megtalálása. Megfigyelt szabály alapján további elempárok, elemhármasok alkotása.	Tárgyakkal, számokkal kapcsolatos gépjátékhoz szabályt alkot; felismeri az egyszerű gép megfordításával nyert gép szabályát. Szabályjátékok során létrehoz a felismert kapcsolat alapján további elempárokat, elemhármasokat.	
Felismert kapcsolatok, összefüggések, szabályszerűségek szóbeli kifejezése.	A sorozatban, táblázatban, gépjátékokban felismert összefüggést megfogalmazza saját szavaival, nyíljelöléssel vagy nyitott mondattal.	
Sorozatok, szabályjátékok alkotása.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	szabály, sorozat, számsorozat, növekvő, csökkenő, kapcsolat, számpár, számhármas	
Javasolt tevékenységek	– Kakukktojás-kereső játékok – „Mi változott?” játék – Ismétlődő ritmusjelek letapsolása – Sorozatok kirakása szöges táblán kifeszített alakzatokkal – „Milyen nap lesz?” fejtörők: például egy hét múlva; holnapután, ha tegnapelőtt hétfő volt – Kapcsolatok megfigyelése oda-vissza, például: szülő-gyerek, testvér, osztálytárs; alacsonyabb, magasabb, egyforma magas; idősebb, fiatalabb, ugyanannyi idős	

	– Több gyerek közötti kapcsolati háló megjelenítése rámutatással; a mutatós lejegyzése nyilakkal; például mindenki mutasson az idősebbre – „Gépes játékok” egyváltozós, kétváltozós, fordított gépekkel
--	--

21. témakör	Adatok megfigyelése	Órakeret 3 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	----------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek		Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Közös tevékenységek során szerzett adatok alapján egyszerű diagram készítése kirakással, rajzzal.		Gyűjtött adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol.	
Egyszerű diagramról adatok, összefüggések leolvasása közösen. Egyenlő adatok keresése, legkisebb, legnagyobb kiválasztása.		Adatokat gyűjt ki táblázatból, adatokat olvas le diagramról, jellemzi az összességeket.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	adat, diagram		
Javasolt tevékenységek	– „Tornasor” játék: a tanulók oszlopokba rendeződnek valamilyen szempont szerint, például ki melyik hónapban, évszakban született; mekkora a lábmérete, kisujj mérete; hány betűből áll a neve – Versenyek eredményének feljegyzése, például „Ki tud több gyufaszálat egyesével felvenni a földről egy perc alatt?”; a versenyzők eredményének rögzítése négyzethálós papíron		

	– Saját testméretek mérése, a kapott adatok elemzése, például fejkörfogat lemérése fejdísz készítéséhez papírcsíkkal, majd a papírcsíkok felragasztása függőlegesen egymás mellé; helyből távolugrás lemérése spárgával, spárgák felragasztása – Sajtós dobozokból oszlopdiagram építése, például „Kedvenc reggeli italod”
--	---

22. témakör	Valószínűségi gondolkodás	Órakeret 3 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	----------------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Valószínűségi kísérletek végzése, események megfigyelése.		
„Biztos”, „lehetséges, de nem biztos” és „lehetetlen” események megfigyelése kísérletek során.	Megítéli a „biztos”, „lehetetlen”, „lehetséges, de nem biztos” eseményekkel kapcsolatos állítások igazságát.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> Szövegértés, szóhasználat, szókincs
Véletlen események bekövetkezéseinek összeszámlálása, ábrázolása különféle módokon, például: strigulázással, diagrammal, táblázatba rögzítéssel.	Tetszőleges vagy megadott módszerrel összeszámlálja az egyes kimenetek előfordulásait olyan egyszerű játékokban, kísérletekben, amelyekben a véletlen szerepet játszik.	
A „biztos” és „lehetetlen” cáfolata ellenpélda mutatásával.	A valószínűségi játékokban, kísérletekben megfogalmazott előzetes sejtését, tippjét összeveti a megfigyelt előfordulásokkal.	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	véletlen; „biztos”, „lehetséges, de nem biztos”, „lehetetlen” esemény; tipp
Javasolt tevékenységek	– Típpelős feladat: a tanulók házi kedvencei nevének felírása cetlikre; fajonkénti csoportosításuk (kutya, macska, akvárium stb.); a csoportosítás alapján oszlopdiagram készítése; a cetlik kalapba gyűjtése, majd húzás a kalapból; húzás előtt az oszlopdiagram jellemzőinek figyelembevételével tippelés, hogy milyen állat nevét húzzuk majd ki a kalapból – Valószínűségi kísérletek, például: 3 piros, 3 kék golyó közül 3 golyó húzása, majd 1 piros és 5 kék golyó közül 3 golyó húzása; „Melyik esetben könnyebb 3 egyformát húzni?”, „Típpelj!”, „Végezz 20-20 kísérletet!” – Kockákra számokat írunk a szabályostól eltérő módon, például 1; 2; 2; 3; 3; 4; játék ezekkel a kockákkal (Sárkányok erdeje játék)

3. évfolyam

Témakör címe	órakeret
1. Válogatás, halmazok alkotása, vizsgálata	3 óra
2. Rendszerezés, rendszerképzés	5 óra
3. Állítások	4 óra
4. Problémamegoldás	5 óra
5. Szöveges feladatok megoldása	8 óra
6. Szám és valóság kapcsolata	4 óra
7. Számlálás, becslés	5 óra
8. Számok rendezése	3 óra
9. Számok tulajdonságai	9 óra
10. Számok helyi értékes alakja	6 óra
11. Mérőeszköz használata, mérési módszerek	10 óra
12. Alapműveletek értelmezése	3 óra
13. Alapműveletek tulajdonságai	4 óra
14. Szóbeli számolási eljárások	6 óra
15. Fejben számolás	7 óra

16. Írásbeli összeadás és kivonás	6 óra
17. Írásbeli szorzás és osztás	6 óra
18. Törtrészek	5 óra
19. Negatív számok	3 óra
20. Alkotás térben és síkon	6 óra
21. Alakzatok geometriai tulajdonságai	6 óra
22. Transzformációk	4 óra
23. Tájékozódás térben és síkon	3 óra
24. Összefüggések, kapcsolatok, szabályszerűségek felismerése	9 óra
25. Adatok megfigyelése	3 óra
26. Valószínűségi gondolkodás	3 óra
27. Év végi összefoglalás	8 óra
Összes óraszám	144 óra

1. témakör	Válogatás, halmazok alkotása, vizsgálata	Órakeret 3 óra (a tanév folyamán elosztva)
-------------------	---	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Barkochbázis konkrét tárgyak kirakása nélkül Barkochba játékokban minél kevesebb kérdésre törekvés	Barkochbázis valóságos és elképzelt dolgokkal is, kerüli a felesleges kérdéseket	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> Szókincs fejlesztés, lényegkiemelés
Személyek, tárgyak, képek, alakzatok, jelek, számok válogatása választott vagy adott szempont, tulajdonság szerint	Tudatosan emlékezetébe vési az észlelt tárgyakat, személyeket, dolgokat, és ezek jellemző tulajdonságait, elrendezését, helyzetét. Válogatásokat végez saját szempont szerint személyek, tárgyak, dolgok, számok között. Személyek, tárgyak, dolgok, szavak, számok közül kiválogatja az adott tulajdonsággal rendelkező összes elemet. Megkülönböztet, azonosít egyedi, konkrét látott, hallott, mozgással, tapintással érzékelhető tárgyakat, dolgokat, helyzeteket, jeleket;	Környezetismeret: élőlények csoportosítása megadott szempontok szerint.
Elkezdett válogatások esetén az elemek közös tulajdonságának felismerése, a válogatás szempontjának	Folytatja a megkezdett válogatást felismert szempont szerint.	

megfogalmazása; címkézés, a felismert szempont alapján a válogatás folytatása	Felismeri a mások válogatásában együvé kerülő dolgok közös és a különválogatottak eltérő tulajdonságát; halmazábrán is elhelyez elemeket adott címkék szerint Adott, címkékkel ellátott halmazábrán elhelyezett elemekről eldönti, hogy a megfelelő helyre kerültek-e; a hibás elhelyezést javítja Talál megfelelő címkéket halmazokba rendezett elemekhez	
A halmazba nem való elemek esetén az elemek tulajdonságainak tagadása, a logikai „nem” használata Halmazok képzése tagadó formában megfogalmazott tulajdonság szerint, például <i>nem kör</i>	Azonosítja a közös tulajdonsággal rendelkező dolgok halmazába nem való elemeket Megnevezi egy adott tulajdonság szerint ki nem válogatott elemek közös tulajdonságát a tulajdonság tagadásával.	
Válogatások kétszer kétfelé (két szempont szerint) tárgyi tevékenységgel; az egy helyre kerülő elemek közös, meghatározó tulajdonságainak keresése, értése: a logikai „nem” és a logikai „és” A kétszer kétfelé (két szempont szerint) válogatás ábrázolása Venn-diagramon	Megfogalmazza a halmazábra egyes részeibe kerülő elemek közös, meghatározó tulajdonságát; helyesen használja a logikai „nem” és a logikai „és” szavakat, valamint a velük azonos értelmű kifejezéseket. Két meghatározott tulajdonság egyszerre történő figyelembevételével szétválogat adott elemeket: tárgyakat, személyeket, szavakat, számokat, alakzatokat.	

Két szempont egyidejű figyelembevétel, például: háromjegyű és számjegyeinek összege 8; tükrös és négy szöge van			
Két halmaz közös részének jellemzése logikai „és”-sel A logikai „és” helyes használata két halmaz közös részének jellemzésére		Két szempontot is figyelembe vesz egyidejűleg.	Magyar nyelv és irodalom: szavak jelentése, szövegkörnyezettől függő eltérő nyelvhasználat.
Konkrét halmazok közös részéből elemek felsorolása.		Megítéli, hogy adott halmazra vonatkozó állítás igaz-e vagy hamis.	
Elemek elhelyezése halmazábrában, a halmazára egyes részeinek jellemzése, például piros, de nem háromszög; se nem piros, se nem háromszög		Játékos feladatokban személyeket, tárgyakat, számokat, formákat néhány meghatározó tulajdonsággal jellemez. Megfogalmaz adott halmazra vonatkozó állításokat; értelemszerűen használja a „mindegyik”, „nem mindegyik”, „van köztük...”, „egyik sem...” és a velük rokon jelentésű szavakat	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	logikai „nem”, logikai „és		
Javasolt tevékenységek	– Barkochba játék különféle logikai készleteken többféle szabály szerint, például egyszerű barkochba, fordított barkochba, barkochba két elem egyszerre történő kitalálására, kapcsolati barkochba; ezek mindegyikének kipróbálása hazudósan is – Játék tanulók által csoportban készített 3, 4 ábrás kártyakészlettel, tananyaghoz igazított tartalommal – Játék tanulók által csoportban készített logikai kártyacsomaggal – „Ország, város” játék számokkal: egy-egy oszlopnak egy-egy számtulajdonság felel meg; sorsolt számjegyekből az oszlopoknak megfelelő tulajdonságú számok előállítás		

	– „Kapuőr” útválasztó játék két kapuőrrel – „Ki jut a várba?” játék – Játék logikai lapokkal – Tanulók, tárgyak válogatása két tulajdonság szerint két külön hulahoppkarikába, mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek helyének keresése, tanulói ötlet alapján a hulahoppkarikák összehúzóása (metszetképzés) – Tárgyak, képek, alakzatok, számok válogatása két tulajdonság szerint papírlapra és madzagkarikába, mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek helyének keresése, a papírlappal és a madzagkarikával metszetképzés
--	---

2. témakör	Rendszerezés, rendszerképzés	Órakeret 5 óra (A tanév folyamán elosztva)
-------------------	-------------------------------------	---

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Elemek sorozatba rendezése az egyező és eltérő tulajdonságok száma alapján (például: a szomszédos elemek pontosan egy tulajdonságban különbözzenek)	Sorba rendezett elemek közé elhelyez további elemeket a felismert szempont szerint; Megfogalmazza a rendezés felismert szempontjait	
A válogatás, osztályozás, rendszerezés alkalmazása más tantárgyak tanulásakor	Adott elemeket elrendez választott és megadott szempont szerint is Megfogalmazza a halmazábra egyes részeibe kerülő elemek közös, meghatározó tulajdonságát; helyesen használja a logikai „nem” és a logikai „és” szavakat, valamint a velük azonos értelmű kifejezéseket;	<i>Német nyelv és irodalom:</i> tárgyak, élőlények csoportosítása különböző tulajdonságok alapján, pl. élőhely, táplálkozási mód stb.

Alkalmilag összeállított készletek és különféle teljes logikai készletek elemeinek egy vagy több szempont szerinti válogatása, rendszerezése tevékenységgel, mozgással	Két szempontot is figyelembe vesz egyidejűleg barkochbázis valóságos és elképzelt dolgokkal is, kerüli a felesleges kérdéseket.	
Adott halmaz elemeinek rendszerezése megadott szempont szerint, különböző módszerekkel, például: táblázat, fadiagram, ágrajz	Két, három szempont szerint elrendez adott elemeket többféleképpen is; segédeszközként használja a táblázatos elrendezést és a fadiagramot.	
Teljes rendszert alkotó legfeljebb 48 elemnél a hiány felismerése a rendszerezés elvégzése után	Megkeresi két, három szempont szerint teljes rendszert alkotó, legfeljebb 48 elemű készlet hiányzó elemeit, felismeri az elemek által meghatározott rendszert. Keresi az okát annak, ha a halmazára valamelyik részébe nem kerülhet egyetlen elem sem.	
Az összes, a feltételeknek megfelelő alkotás felsorolása egyszerű esetekben: 2-3 feltétel esetén, kis elemszámú problémánál	Megkeresi egyszerű esetekben a két, három feltételnek megfelelő összes elemet, alkotást. Felsorol elemeket konkrét halmazok közös részéből	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Nincs új fogalom.	
Javasolt tevékenységek	– Logikai lapokból „kígyó” vagy „háló” készítése, a szomszédos elemek között 1-2-3-4 eltérő tulajdonsággal – „Királyos játék” logikai lapokkal – Logikai készlet elemeinek körberakása egy különbséggel – Két elem között további elemek segítségével útvonal építése a szomszédos elemekre vonatkozó feltétel alapján	

	– 3×3-as, 4×4-es táblázatba elemek rendezése feltételek alapján, például legyen közös tulajdonság soronként; lerakott elemek átrendezése; hiányzó elemek pótlása – Úthálózaton való végighaladás: az elágazásokba útjelző táblákat rakunk a logikai készlet elemeinek tulajdonságai szerint; az úthálózatot a gyerekek végigjárják kezükben egy logikai elemmel; a megfelelő helyre kell érkezniük; az úthálózatot lerajzolják ágrajzként, a saját útvonalukat jelölik – „Elvitte a szarka” játék, hiányzó elemek megtalálása – Egyszerű logikai készlet készítése csoportmunkában, például tejfölös poharakból; faágakból; spárgákból – Logikai készlet elemeiből feltételeknek megfelelő összes elem kiválasztása, ágrajz kiegészítése, alkotása – Szendvicsek készítése – összes lehetőség kirakása – Sorba rendezős feladat: sorban mindenki rak egy új lehetőséget, például 2 piros, 2 kék gyöngyöt fűz fel fogpiszkálóra, úgy, hogy számít a sorrend; ha nem tud rakni, passzol, aki jól rakott, kap egy zsetont, aki olyat rak, ami már volt, visszaad egy zsetont; amikor már senki sem tud rakni, közösen megbeszélik, hogy miért nincs több a kirakott elemek rendszerezésével – Geometriai alkotások során az adott feltételeknek megfelelő alkotások gyűjtése, rendszerezési szempontok keresése tanítói segítséggel, például tetromino elemeinek megalkotása; 3×3-as pontrácson különböző háromszögek alkotása
--	--

3. témakör	Állítások	Órakeret 4 óra (A tanév folyamán elosztva)
------------	-----------	---

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Adott konkrét helyzetről köznyelvi és matematikai tartalmú állítások megfogalmazása szabadon és irányított megfigyelések alapján	Tudatosan emlékezetébe vés szavakat, számokat, utasítást, adott helyzetre vonatkozó megfogalmazást	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> Szókincs fejlesztés, lényegkiemelés

Konkrét, megfigyeléssel ellenőrizhető állítások igazságának eldöntése.	Egy állításról ismeretei alapján eldönti, hogy igaz vagy hamis	
Adott halmazra és egyes részeire vonatkozó állítások megfogalmazása	Megfogalmaz adott halmazra vonatkozó állításokat; értelemszerűen használja a „mindegyik”, „nem mindegyik”, „van köztük...”, „egyik sem...” és a velük rokon jelentésű szavakat Ismeretei alapján megfogalmaz önállóan is egyszerű állításokat Megfogalmazza a halmazára egyes részeibe kerülő elemek közös, meghatározó tulajdonságát; helyesen használja a logikai „nem” és a logikai „és” szavakat, valamint a velük azonos értelmű kifejezéseket	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> nyelvhelyesség, mondatalkotás, kérdő és kijelentő mondat.
Halmazra és a halmaz részhalmazaira vonatkozó állítások igazságának eldöntése	Megítéli, hogy adott halmazra vonatkozó állítás igaz-e vagy hamis	
Igaz és hamis állítások alátámasztására példák és ellenpéldák keresése, felsorolása	Példákat gyűjt konkrét tapasztalatai alapján matematikai állítások alátámasztására	
Személyekre, tárgyakra, formákra, számokra vonatkozó hiányos állítások kiegészítése igazzá, nem igazzá; kis elemszámú alaphalmazon az összes igazzá tevő elem, elempár megkeresése. Lezárt hiányos állítások igazságának megítélése	Hiányos állításokat igazzá tevő elemeket válogat megadott alaphalmazból	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	igaz-hamis
Javasolt tevékenységek	– „Telefonos” játék – „Rontó” játék – „Füllentős” játék csoportban: a csoportok mondanak 3 állítást, 1 hamisat, 2 igazat; a többieknek ki kell találni, melyik a hamis – Papírcsíkon egy olyan állítás szerepel, amely két helyen is hiányos, a hiányt konkrét dobozok jelzik; a mondat kiegészítése azzal, hogy a dobozokba elemeket választunk, például: „A ... rúd hosszabb, mint a ... rúd”, olyan rúdpárok keresése, amelyek igazzá teszik a mondatot, illetve amelyek hamissá – „Mastermind” játék színekkel és számokkal

4. témakör	Problémamegoldás	Órakeret 5 óra (a tanév folyamán elosztva)
-------------------	-------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Hétköznapi helyzetekben, tevékenységek során felmerülő problémahelyzetben megoldás keresése.	A tevékenysége során felmerülő problémahelyzetben megoldást keres, kérésre, illetve problémahelyzetben felidézi a kívánt, szükséges emlékképet.	<i>Erkölcstan:</i> élethelyzetek elemzése, problémamegoldás
Hiányzó információk pótlása méréssel, számlálással, információgyűjtéssel. Kérdésfeltevés a problémahelyzet kapcsán.	Kérdést tesz fel a megfogalmazott probléma kapcsán.	

Megfogalmazott probléma értelmezése tevékenységgel, megjelenítéssel, átfogalmazással Tevékenységgel, megjelenítéssel értelmezett probléma megoldása.	Megfogalmazott problémát tevékenységgel, megjelenítéssel, átfogalmazással értelmez, az értelmezett problémát megoldja.	
A kapott megoldás visszahelyezése a szituációba, a megoldás értelmezése Ellenőrzés: a kapott megoldás megfelel-e a megadott feltételeknek Többféle megoldási mód keresése, a különböző megoldási módok értékelése.	Megoldását értelmezi, ellenőrzi.	
Többlépéses cselekvéssor, művelet sor elvégzése visszafelé is.	A problémamegoldás során a sorrendben végzett tevékenységeket szükség szerint visszafelé is elvégzi.	
Egyszerű következtetési szöveges feladatok megoldása, például: tevékenységgel, ábrarajzolással, szakaszos ábrázolással. Visszafelé gondolkodással következtetési feladatok megoldása.	Tevékenység, ábrarajolás segítségével megold egyszerű, következtetési szöveges feladatokat.	
Egyszerű gondolkodtató, logikai feladatok megoldásának keresése Egy- és többszemélyes logikai játékban egy-két lépéssel előre tervezés	Egy- és többszemélyes logikai játékban döntéseit mérlegelve előre gondolkodik.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	nincs új fogalom	

Javasolt tevékenységek	– A gyerekek hétköznapi életével kapcsolatos információk gyűjtése csoportokban, például menetrend, nyitvatartási idő, belépődíjak, árak, étteremben étlap, boltban árak – Adatok felhasználása csoportmunkában, például plakát tervezéséhez; képzelt interjú lejátékszásához – Kirándulás, kulturális program (múzeum-, színházlátogatás) tervezése: útiterv, költségek, időbeosztás, ismertető – Problémák lejátékszása szerepjátékként, bábokkal, absztrakt eszközökkel (korong, pálcika, kupakok, színes rudak), például „fejek-lábak” feladat, „megevett gombócok” feladat – Logikai rejtvények, történetek – „Gondoltam egy számot” – Nim játékok – Egyszerűbb táblás logikai, stratégiai játékok; kártyajátékok – Logikai rejtvények egyszerűbb feladványai, például: sudoku-variációk, Gokigen Naname (Labirintusépítés), Kakuro (Számkeresztrejtvény), Hashiwokakero (Hídépítés), Grafilogika
-------------------------------	---

5. témakör	Szöveges feladatok megoldása	Órakeret 8 óra (a tanév folyamán elosztva)
-------------------	-------------------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Hétköznapi felmerülő matematikai tartalmú problémákkal kapcsolatos szöveges feladatok értelmezése, megoldása (például: bajnokság, időbeosztás, vásárlás, sütés-főzés) Szöveges feladatok alkotása hétköznapi szituációkra, adott matematikai modellhez, számfeladathoz	Értelmezi, elképzei, megjeleníti a szöveges feladatban megfogalmazott hétköznapi szituációt. Szöveges feladatokban megfogalmazott hétköznapi problémát megold matematikai ismeretei segítségével.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> az olvasott szöveg megértése, adatok keresése, információk kiemelése.

Szöveges feladatok olvasása, értelmezése, eljátszása, megjelenítése kirakásokkal, rajzokkal önállóan A hallott, olvasott matematikai tartalmú szöveg önálló értelmezése	Önállóan értelmezi a hallott, olvasott matematikai tartalmú szöveget.	<i>Vizuális kultúra:</i> információk képi megjelenítése.
Adatok gyűjtése, lényeges adatok kiemelése Adatok különböző típusainak megkülönböztetése, például: felesleges, hiányos	Megkülönbözteti az ismert és a keresendő (ismeretlen) adatokat. Megkülönbözteti a lényeges és a lényegtelen adatokat.	Testnevelés és sport: sporteredmények, mint adatok.
Adatok és azok kapcsolatainak megjelenítése valamilyen szimbolikus rajz, matematikai modell segítségével, például művelet, táblázat, szakaszos ábra, nyíldiagram, halmazábra, sorozat Ismeretlen adatok meghatározása a modellen belül	Az értelmezett szöveges feladathoz hozzákapsol jól megismert matematikai modellt. A megválasztott modellen belül meghatározza a keresett adatokat.	
Egy-, kétlépéses alpműveletekkel leírható szöveges feladatok megoldása Fordított szövegezésű feladatok értelmezése, megoldása	A modellen kapott megoldást értelmezi az eredeti problémára; arra vonatkoztatva ellenőrzi a megoldást.	
Megoldás értelmezése az eredeti problémára, ellenőrzés	A modellen kapott megoldást értelmezi az eredeti problémára; arra vonatkoztatva ellenőrzi a megoldást.	
Kérdés értelmezése, keresendő adatok azonosítása Nyelvileg és matematikailag helyes válasz megfogalmazása	Választ fogalmaz meg a felvetett kérdésre. Nyelvi szempontból megfelelő választ ad a feladatokban megjelenő kérdésekre.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> fogalmazás, mondatalkotás.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	felesleges adat	
Javasolt tevékenységek	– Beszélgetés, történetmesélés eseményképekről, ábrákról szabadon és egy-egy részletre fókuszálva is – Hétköznapi helyzetekből matematikai tartalmú állítások megfogalmazása – Szétvágott szöveg egyes darabjainak értelmezése külön-külön, a darabok összerakása és értelmezése	

	– „Mondd ugyanazt kicsit másképp, kicsit egyszerűbben”: szöveg átfogalmazása (egyre egyszerűbb alakra) láncban – „Mi változott?” játék mondatokkal: változtatunk egy szót, toldalékot vagy a szavak sorrendjét; „Változott-e a szöveg értelme?” – „Egynyelvű szótár” játék: szómagyarázat, esetleg a letakart (nem értett) szó jelentésének kitalálása a szöveggörnyezetből – Szöveges feladatban leírt szituáció kirakása különböző eszközökkel, színes rudakkal – Többféle modell közül a megfelelő kiválasztása adott szöveges feladathoz – „Feladatküldés” szöveges feladatokkal: csoportonként adott helyzethez, képhez, modellhez szöveges feladat alkotása; a feladat továbbadása másik csoportnak, ami visszaküldi a megoldást; a feladatírók ellenőrzik.
--	--

6. témakör	Szám és valóság kapcsolata	Órakeret 4 óra (a tanév folyamán elosztva)
------------	----------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Természetes szám darabszám, mérőszám és értékmérő tartalommal 1000-es számkörben A természetes számok körében a kisebb, nagyobb, egyenlő kifejezések helyes használata.	Összehasonlító véges halmazokat az elemek száma szerint Használja a kisebb, nagyobb, egyenlő kifejezéseket a természetes számok körében	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szókincsfejlesztés
Számkörbővítések során valóságos tapasztalatszerzés a nagyobb számokról konkrét számlálással, egyénileg és csoportosan végzett tevékenységekkel (például: 415 kukoricaszem, 120 pálcika/gyerek, 452 db papír zsebkendő 100-as csomagolású papír zsebkendő segítségével kirakva)	Helyesen érti és alkalmazza a feladatokban a „valamennyivel” több, kevesebb fogalmakat.	

Tapasztalatszerzés nagy számok mérőszámként való megjelenéséről a valóságban (például: 452 cm, 452 mm, 452 g, 452 másodperc)		
Mennyiségek (hosszúság, tömeg, terület, űrtartalom, idő, pénz) összehasonlítása mérőszámaik alapján, kisebb, nagyobb, ugyanakkora relációk felismerése, megnevezése 1000-es számkörben	Ismeri két halmaz elemeinek kölcsönösen egyértelmű megfeleltetését (párosítását) az elemszámok szerinti összehasonlításra; Érti és helyesen használja a több, kevesebb, ugyanannyi relációkat halmazok elemszámával kapcsolatban, valamint a kisebb, nagyobb, ugyanakkora relációkat a megismert mennyiségekkel (hosszúság, tömeg, űrtartalom, idő, terület, pénz) kapcsolatban 10 000-es számkörben;	
Mennyiségekre vonatkozó feladatokban a több, kevesebb, ugyanannyi fogalmak helyes használata 1000-es számkörben	Helyesen alkalmazza a feladatokban a több, kevesebb, ugyanannyi fogalmakat 1000-es számkörben;	
A mennyiségi viszonyokat kifejező szavak, nyelvtani szerkezetek helyes használata A mennyiségi viszonyokat kifejező szimbólumok helyes használata szóban és írásban	Helyesen használja a mennyiségi viszonyokat kifejező szavakat, nyelvtani szerkezeteket. Megfelelő szókincset és jeleket használ mennyiségi viszonyok kifejezésére szóban és írásban.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szókincsfejlesztés
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Nincs új fogalom.	

Javasolt tevékenységek	– Alakzatok rajzolása milliméterpapíron a vonalak mentén; „Hány kis négyzetből áll a bekerített rész?” – Különböző számok kivágása négyzethálós füzetből és milliméterpapírból is, például 347 az 3 db 10×10-es négyzet, 4 db 10-es csík és 1 db 7-es csík (fektetve) – Mérések különféle mértékegységekben, a mérés pontosságának korlátai, szükséges mértékegységek értő megválasztása, például „Mit mivel és miben mérjük?”; iskolás gyerekek tömegét grammban mérni felesleges; füzet hosszát érdemes lehet milliméterben megadni, de egy futópálya hosszát nem.
-----------------------------------	--

7. témakör	Számlálás, becslés	Órakeret 5 óra (a tanév folyamán elosztva)
-------------------	---------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Számlálások egyesével, kerek tízesekkel, százasokkal, oda-vissza 1000-es számkörben eszközökkel (például: hétköznapi tárgyak, abakusz, pénz) és eszközök nélkül	Megszámlál és leszámlál; adott (alkalmilag választott vagy szabványos) egységgel meg- és kimér a 1000-es számkörben; oda-vissza számlál kerek tízesekkel, százasokkal.	<i>Német nyelv és irodalom:</i> számok 1000-ig
Tapasztalatszerzés darabszámok, mennyiségek becslésével kapcsolatban 1000-es számkörben Becslés szerepének, korlátainak tudatosítása Becslési módszerek ismerete, közelítő számítás, kerekítés, közelítés pontosítása, becslés finomítása, újrabecslés valóságos dolgokkal, mennyiségekkel gyakorlati helyzetekben (például vásárlás), számítások ellenőrzéskor	Ismeri a következő becslési módszereket: közelítő számlálás, közelítő mérés, mérés az egység többszörösével; becslését finomítja újrabecsléssel.	

Becslések értékelése		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Nincs új fogalom.	
Javasolt tevékenységek	Nagy számok előfordulása mérőszámként: „Hány darab 5 forintos szükséges egymás mellé rakva, egymásra rakva például 1 méterhez, 10 méterhez; 1 kg-hoz, 10 kg-hoz”; „1000 db, 5 forintos milyen hosszú egymás mellé rakva, milyen magas egymásra rakva, milyen nehéz, miben lehetne tárolni, mennyi idő alatt lehetne leszámolni ennyi darabot?”; „Mire elég 1000 másodperc? Mire elég 1000 perc?” Abakuszon, szorobánon számlálás	

8. témakör	Számok rendezése	Órakeret 5 óra (a tanév folyamán elosztva)
-------------------	-------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Számok nagyság szerinti összehasonlítása művelettel megadott alakokban is: melyik nagyobb, mennyivel nagyobb, (körülbelül) hányszor akkora, hányada	Nagyság szerint sorba rendez számokat, mennyiségeket.	<i>Testnevelés és sport:</i> sorban állás különböző szempontok szerint.
Mennyiségi viszonyok jelölése nyíllal vagy a <, >, = jelekkel.		
Számegyenes rajzolása a számok helyének jelölésével 1000-es számkörben	Megtalálja a számok helyét, közelítő helyét egyszerű számegyenesen, számtáblázatokban, a számegyenesnek	

Leolvasások a számegyenesről; számok, műveletes alakban megadott számok (például: $300-160$, $40 \cdot 2$) helyének megkeresése a számegyenesen 1000-es számkörben Számok, mennyiségek nagyság szerinti sorba rendezése, helyük megtalálása a számegyenesen Számok helyének azonosítása különböző tartományú és léptékű számtáblákon, például: 300-tól 400-ig egyesével; 120-tól 250-ig tízesével	ugyanahhoz a pontjához rendeli a számokat különféle alakjukban a 1000-es számkörben; Megadja és azonosítja számok sokféle műveletes alakját;	
Számegyenes irányának, egységének megadása két szám kijelölésével		
Számok egyes, tízes, százaz szomszédainak ismerete 1000-es számkörben Számok tízesekre, százazokra kerekítése 1000-es számkörben	Megnevezi a 1000-es számkör számainak egyes, tízes, százaz szomszédjait, tízesekre, százazokra kerekített értékét.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Százaz számszomszéd, kerekítés	
Javasolt tevékenységek	– „Kukás” játék három vagy négy dobókocka segítségével alkotott számokkal – Különféle módon megadott számok (például építőjáték-elemekkel, abakusszal, pénzzel) rendezése növekvő vagy csökkenő sorba – „Mi változott?” játék madzagra csipeszelt számokkal – Számok pontos helyének megtalálása egyre kisebb léptékű számegyenesek segítségével – Számegyenes léptékének meghatározása olyan számegyenesen, ahol ismert két szám, valamint a köztük lévő egységek száma	

9. témakör	Számok tulajdonságai	Órakeret 8 óra (a tanév folyamán elosztva)
-------------------	-----------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Számok kifejezése művelettel megadott alakokkal		
Párosság és páratlanság fogalmának értelmezése párosítással és két egyenlő részre osztással a 1000-es számkörben		<i>Testnevelés és sport:</i> párok, csoportok alakítása.
Hármasával, négyesével, ötösével... és 3, 4, 5... egyenlő darabszámú csoportból kirakható számok megfigyelése és gyűjtése különféle eszközökkel végzett csoportosítások, építések, megfigyelések során		
Háromszögszámok, négyzetszámok gyűjtése különféle eszközökkel végzett alkotások során		
Számok jellemzése más számokhoz való viszonyukkal, például: adott számnál nagyobb, kisebb valamennyivel, adott számnak a többszöröse	Számokat jellemez tartalmi és formai tulajdonságokkal. Számot jellemez más számokhoz való viszonyával.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mesékben előforduló számok.

Számok formai tulajdonságainak megfigyelése: számjegyek száma, számjegyek egymáshoz való viszonya, számjegyeinek összege Számok tartalmi, formai jellemzése, egymáshoz való viszonyuk kifejezése kitalálós játékokban		
A római számjelek közül az I, V, X jelek, valamint az ezekből képezhető számok írása, olvasása a hétköznapi helyzetekben, például: óra, keltezés, kerületek jelölése	Ismeri a római számjelek közül az I, V, X jeleket, hétköznapi helyzetekben felismeri az ezekkel képzett számokat.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Három- és négyjegyű számok, római számok	
Javasolt tevékenységek	– „Ország, város” játék számtulajdonságokkal – Számtulajdonságokra épülő bűvésztükkök megismerése, megértése – Háromszögszámok, négyzetszámok kirakása például színes rudakkal, korongokkal, négyzethálón történő bekerítéssel, szöges táblán – „Hoci, nesze” játék – Felcsavart számegegyenes: papírcsík felcsavarása szabályos három-, négyszög alapú hasáb alakú dobozra, majd a hajtások közé a számok felírása egyesével növekedve; annak megfigyelése, hogy mely számok kerültek azonos lapra; képzeletben további számok vizsgálata a felismert szabályosság szerint – Római számokhoz kapcsolódó gyufarejtvények megoldása	

10. témakör	Számok helyi értékes alakja	Órakeret 6 óra (a tanév folyamán elosztva)
---------------------------	---	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Csoportosítások, beváltások tízes számrendszerben különféle eszközökkel 1000-es számkörben, például előre csomagolt, illetve jól csomagolható tárgyakkal, pénzekkel, abakusszal.		<i>Németnyelv és irodalom, magyar nyelv és irodalom:</i> tapasztalatszerzés a közvetlen és tágabb környezetben, tárgyak megfigyelése, számlálása.
Mérések különböző egységekkel és többszöröseikkel		
Leltárak készítése tízes számrendszerben az elvégzett tevékenységek alapján 1000-es számkörben	Érti a számok ezresek, százasokból, tízesekből és egyesekből való épülését, ezresek, százasok, tízesek és egyesek összegére való bontását. Érti a számok számjegyeinek helyi, alaki, valódi értékét.	
Számok ezresek, százasok, tízesek és egyesek bontott alakjainak előállítás, felismerése nem csak rendezett alakban eszközzel (például: pénz) és eszköz nélkül	Érti a számok ezresek, százasokból, tízesekből és egyesekből való épülését, ezresek, százasok, tízesek és egyesek összegére való bontását;	
Számok írása, olvasása helyiérték-táblázat alapján A helyi értékek egymáshoz való viszonyának megértése Számok írása, olvasása számrendszeres, azaz helyi értékű alakjukban, 1000-es számkörben	Helyesen írja és olvassa a számokat a tízes számrendszerben 1000-ig. Összekapcsolja a tízes számrendszerben a számok épülését a különféle számrendszerekben végzett tevékenységeivel	

Számok számjegyeinek helyi, alaki és valódi értéke tapasztalatok alapján	Érti a számok számjegyeinek helyi, alaki, valódi értékét.	
Helyi érték, alaki érték, valódi érték fogalmának ismerete		
Számok nagyság szerinti összehasonlítása hallás alapján és leírt jelük alapján 1000-es számkörben		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Helyi érték, alaki érték, valódi érték, százaz, ezres, helyiérték-táblázat, tízes számrendszer	
Javasolt tevékenységek	– Apró tárgyak csoportosítása, beváltása, leltározása tojásokkal, tojástartóval a számlálás megkönnyítésére – Apró tárgyak kifizetése legkevesebb érmével (1, 10, 100 és 1000 forintossal), például „Minden babszem 1 forint” – Leltározás alapján helyiérték-táblázat bevezetése – Tevékenységek Dienes-készlettel – Számok megjelenítése abakuszon, szorobánon – „Kukás” játék három vagy négy dobókockával alkotott számokkal – „Ki vagyok én?” játék számokkal, például a tízes helyi értéken 5, az egyes helyi értéken kettővel kisebb, a százazok helyén páratlan szám áll; a meghatározások fokozatosan vezessenek a megoldáshoz – Letakart számjegyek esetén számok összehasonlítása – Számok valódi értékének változtatása a számjegyek felcserélésével, a változás irányának és mértékének meghatározása	

11. témakör	Mérőeszköz használata, mérési módszerek	Órakeret 10 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	--	---

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Mennyiségek érzékszervi összehasonlítása		
Mennyiségek összemérése		
Mennyiségek becslése, kimérése, megmérése szabványmértékegységek közül a következőkkel: mm, cm, dm, m, km; ml, cl, dl, l; g, dkg, kg	Megbecsül, mér alkalmi és szabványos mértékegységekkel hosszúságot, tömeget, űrtartalmat és időt Helyesen használja a hosszúságmérés, az űrtartalom mérés és a tömegmérés szabványegységei közül a következőket: mm, cm, dm, m, km; ml, cl, dl, l; g, dkg, kg;	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> közvetlen környezetünk mérhető tulajdonságai.
Hétköznapi tapasztalatok szerzése a szabványmértékegységek nagyságáról Szabványos mérőeszközök használata Mérési módszerek alkalmazása	Helyesen alkalmazza a mérési módszereket, használ skálázott mérőeszközöket, helyes képzete van a mértékegységek nagyságáról;	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> mérések a mindennapokban.
Időbeli tájékozódás, időbeli periódusok közti tájékozódás; időbeli relációt tartalmazó szavak értő használata Időpontok leolvasása különféle órákról, időtartamok meghatározása Időbeli tájékozódás, időbeli periódusok kapcsolatai; időbeli relációt tartalmazó szavak értelmezése Időpontok és időtartamok közötti összefüggés megértése	Ismeri az időmérés szabványegységeit: az órát, a percet, a másodpercet, a napot, a hetet, a hónapot, az évet;	<i>Testnevelés és sport; énekzene:</i> időtartam mérése egységes tempójú mozgással, hanggal, szabványegységekkel.

Különböző hazai és külföldi pénzek címleteinek megismerése 1000-es számkörben	Ismer hazai és külföldi pénzcímleteket 1000-es számkörben;	
Nagyobb pénzek címleteinek felváltása, kisebb pénzek beváltása hazai és külföldi pénzegységekkel egyaránt	Alkalmazza a felváltást és beváltást különböző pénzcímletek között;	
Összefüggések megtapasztalása a mennyiségek nagysága, az egység nagysága és a mérőszámok között	Összeveti azonos egységgel mért mennyiség és mérőszáma nagyságát, összeveti ugyanannak a mennyiségnek a különböző egységekkel való mérésekor kapott mérőszámait;	
Mértékváltás eszköz segítségével		
Takarékosság fontosságának megértése elvégzett mérésekre alapozva (például: csöpögő csapból elpazarolt vízmennyiség; műanyag flakon térfoglalása a szelektív kukában eredeti méretben és összenyomva)		
Síkbeli alakzatok területének becslése, mérése alkalmi és szabványegységekkel különféle eszközök segítségével (például: fonal, négyzetrács, vonalzó)	Megméri különböző sokszögek területét különböző egységekkel;	
Síkbeli alakzatok területének becslése, mérése különféle alkalmi egységekkel való lefedéssel vagy darabolással (például: körlapokkal, mozaiklapokkal, négyzetlapokkal)	Területet mér különböző egységekkel lefedéssel vagy darabolással;	
A terület és kerület szavak értő használata	Ismer a terület és kerület méréseire irányuló tevékenységeket.	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Kerület, km, ml, cl, g, dkg
Javasolt tevékenységek	– Osztályterem kicsinyített makettjének elkészítése – Teli bevásárlószatyor tömegének becslése, mérése, kiszámolása – Süteménykészítés recept alapján, a hozzávalók kimérése – Iskolai vagy osztályelőadás időbeosztásának elkészítése – Kerület mérése, például az alakzat madzaggal való körbemérésével, az alakzat görgetésével félegyenesen – Szabálytalan és szabályos alakzatok lefedése például körlapokkal, mozaiklapokkal, négyzetlapokkal; lefedés után annak vizsgálata, hogy melyik fedi legpontosabban az alakzatot – Tenyér körberajzolása négyzethálón, a tenyér nagyságának becslése kis négyzetekben; kis négyzetek számlálása; a tenyér méretének meghatározása négyzetcentiméterben – Területfogláló játékban a megszerzett területek „okos” számlálása – „Lefedő” játék: 10×10-es négyzetben felváltva téglalapokat fed le két játékos színes rudakkal; 2 kockával dobnak; a dobott számok szorzata a lefedhető téglalap négyzeteinek száma; a téglalapot tetszőlegesen lehet lefedni úgy, hogy még beleférjen a nagy négyzetbe, és illeszkedjen vagy egy korábbi téglalap oldalához, vagy a nagy négyzet oldalához

12. témakör	Alapműveletek értelmezése	Órakeret 3 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	----------------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Összeadás és kivonás értelmezései és kapcsolatuk 1000-es számkörben	Helyesen értelmezi a 1000-es számkörben az összeadást, a kivonást, a szorzást, a bennfoglaló és az egyenlő részekre osztást;	

Szorzás és osztás értelmezései és kapcsolatuk a 1000-es számkörben	Helyesen használja a műveletek jeleit	
Maradékos osztásra vezető tevékenységek végzése, feladatok megoldása		<i>Erkölcstan:</i> igazságosság, elosztás
Műveletről szöveges feladat, ábra készítése; műveletek eljátszása, lerajzolása, szöveggel értelmezése	Értelmezi a műveleteket megjelenítéssel, modellezéssel, szöveges feladattal Szöveget, ábrát alkot matematikai jelekhez, műveletekhez. Hozzákapcsolja a megfelelő műveletet adott helyzethez, történéshez, egyszerű szöveges feladathoz	<i>Vizuális kultúra:</i> információk képi megjelenítése.
Szöveges feladatokban a különböző kifejezésekkel megfogalmazott műveletek megértése	Szöveges feladatokban a különböző kifejezésekkel megfogalmazott műveleteket megérti;	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a hallott, olvasott szöveg megértése, adatok keresése, információük kiemelése.
A műveletekben szereplő számok megnevezésének ismerete, megértése: tényezők, szorzat, osztandó, osztó, hányados, maradék	Megérti a következő kifejezéseket: tagok, összeg, kisebbítendő, kivonandó, különbség, tényezők, szorzandó, szorzó, szorzat, osztandó, osztó, hányados, maradék;	
Zárójel használata konkrét esetekben megfogalmazott problémák leírásához, megoldásához	Szöveghez, valós helyzethez kapcsolva zárójelet tartalmazó műveletsort értelmez, elvégez	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Tag, tényező, szorzat, osztandó, osztó, hányados, maradék, maradékos osztás, zárójel
Javasolt tevékenységek	– Maradékos osztás lejátszása pénzekkel, részekre osztással – Adott kirakáshoz, ábrához többféle művelet keresése, leírása – Adott kirakás, ábra tagolása, majd a tagolás alapján zárójelet tartalmazó műveletsorok felírása, például szöges táblán kifeszített 8×7-es terület tagolása szívószállal, négyzethálón körülkerített 12×36-os terület tagolása vonalzóval húzott egyenesekkel – Összetett szöveges feladatok leírása egy műveletssorral; több műveletssor közül az adott szöveges feladathoz illő modell kiválasztása; műveletssorhoz szöveges feladat fogalmazása „feladatküldéssel”

13. témakör	Alapműveletek tulajdonságai	Órakeret 4 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	------------------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Műveleti tulajdonságok megfigyelése tapasztalások során: tagok, tényezők felcserélhetősége, csoportosíthatósága; összeg, különbség szorzása, szorzat széttagolása	Alkalmazza a műveletekben szereplő számok (kisebbitendő, kivonandó és különbség; tagok és összeg; tényezők és szorzat; osztandó, osztó és hányados) változtatásának következményeit.	
Műveleti tulajdonságok alkalmazása számolási eljárásokban, szöveges feladatokban, ellenőrzésnél		
Hiányos művelet és műveletssorok megoldása az eredmény ismeretében a művelet megfordításával is 1000-ig	Megold hiányos műveletet, műveletssort az eredmény ismeretében, a műveletek megfordításával is;	

Műveletekben szereplő számok változtatása közben az eredmény változásának megfigyelése; a tapasztalatok alkalmazása számolásnál		
Műveletek közötti kapcsolatok megfigyelése; alkalmazása ellenőrzéshez és a számolási módok egyszerűsítésére	Számolásaiban felhasználja a műveletek közti kapcsolatokat, számolásai során alkalmazza konkrét esetekben a legfontosabb műveleti tulajdonságokat;	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	nincs új fogalom	
Javasolt tevékenységek	– „Babos” játék számokat képviselő papírlapokkal, színes rudakkal – Számépítések, például: célszám megközelítése adott számjegyekkel és műveleti jelekkel – Gondolt számmal való műveletvégzés: ha páros, el kell osztani 2-vel, ha páratlan, akkor meg kell szorozni 3-mal és hozzá kell adni 1-et; a műveletsort addig kell ismételni, amíg a végére nem érünk	

14. témakör	Szóbeli számolási eljárások	Órakeret 6 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	------------------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Számolási eljárások a műveletek értelmezései alapján 1000-es számkörben.	Alkalmazza a számolást könnyítő eljárásokat.	<i>Testnevelés és sport:</i> lépések, mozgások számlálása.

Számolási eljárások szám- és műveleti tulajdonságok felhasználásával 1000-es számkörben.			
A 100-as számkörben tanult számolási eljárások gyakorlása és analógiák alapján történő kiterjesztése a 1000-es számkörre kerek tízesekkel és kerek százasokkal való számolás során			<i>Ének-zene:</i> ritmus, taps.
A 10-zel, 100-zal való szorzás, osztás és a helyiérték-táblázatban való jobbra, illetve balra tolódás kapcsolatának megértése		Érti a 10-zel, 100-zal való szorzás, osztás kapcsolatát a helyiérték-táblázatban való jobbra, illetve balra tolódással, fejben pontosan számol 1000-es számkörben a számok 10-zel, 100-zal történő szorzásakor és maradék nélküli osztásakor;	
Műveletek eredményének észszerű becslése, a becslés során kapott eredmény értékelése, alkalmazása		Elvégzi a feladathoz szükséges észszerű becslést, mérlegeli a becslés során kapott eredményt;	
Hétköznapi helyzetekben alkalmazható észszerű becslés megválasztása, a becslés pontosságának ellenőrzése			
Teljes kétjegyűek két- és egyjegyűvel való szorzatának becslése		Teljes kétjegyűek két- és egyjegyűvel való szorzatát megbecsüli.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	nincs új fogalom		
Javasolt tevékenységek	– Adott pénzösszeg kirakása valódi pénzekkel; a kirakás érmeinek leltározása táblázatban; minden pénzérmének a tízszeres értékű pénzre cserélése, majd leltározása táblázatban; a balra tolódás és a vagyon tízszeresödésének megfigyelése		

	– Teljes három- vagy négyjegyű számok közelítő értékének helyettesítése színes rudakkal; az eredeti számok összegének és különbségének becslése színes rudak segítségével – Bevagdalt, hajtogatható kartonlappal az összeg közelítése az egyes helyi értékek fokozatos felfedésével – Szorzat kiszámítása az egyik tényező felezésével, a másik tényező kétszerezésével
--	---

15. témakör	Fejben számolás	Órakeret 8 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Fejben számolás egyes lépéseinek megértése, begyakorlása eszközökkel; az eszközök szükség szerinti használata feladatok során		
Teljes kétjegyűek összeadása, kivonása	Fejben pontosan összead és kivon a 100-as számkörben	
A kisegyszeregy, annak megfelelő bennfoglalások és egyenlő részekre osztások emlékeztetőből való ismerete	Emlékeztetőből tudja a kisegyszeregy és a megfelelő bennfoglalások, egyenlő részekre osztások eseteit a számok tízszereséig Érti a szorzó- és bennfoglaló táblák kapcsolatát	
Fejszámolás gyakorlása 100-as számkörben Fejszámolás a 100-as számkörben egyjegyűvel való szorzás és maradék nélküli osztás során, például: szorzótáblák;	Fejben pontosan számol a 100-as számkörben egyjegyűvel való szorzás és maradék nélküli osztás során	

Fejlesztés 1000-es számkörben kerek tízesekkel, százassal a 100-as számkörben végzett műveletekkel analóg esetekben,	Fejben pontosan számol 1000-es számkörben a 100-as számkörben végzett műveletekkel analóg esetekben.	
Kulcsfogalmak/fogalmak	Kerek százaz	
Javasolt tevékenységek	– „Céltáblára” lövések, például 6 lövés összegével 100-at kell elérni; a 37-esre kell „dobni” annyiszor, hogy az eredmény 400 és 700 között legyen – „Számalkotó” játék írásbeli műveletekkel: írásbeli műveletekben szereplő számjegyek sorsolása dobókockával; a dobott értékek tetszőleges helyi értékre írhatók; az nyer, aki a legnagyobb, legkisebb vagy adott célszámhoz legközelebbi eredményt tudja kiszámolni a felírt számaiból – Tanulók által készített játékok a számolás gyakorlásához – „Darts” játék során a pontok számolása, kiszállás lehetősége	

16. témakör	Írásbeli összeadás és kivonás	Órakeret 6 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	--------------------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Az írásbeli műveleti eljárások alapozása, megértése a számrendszeres gondolkodás továbbépítésével és különféle eszközökkel	Helyesen végzi el az írásbeli összeadást, kivonást.	

Az írásbeli összeadás algoritmusának fokozatos megismerése: továbbvitel az egyes, a tízes, a százaskénti értéken		
Hiányos összeadások gyakorlása az írásbeli kivonás előkészítésére		
Az írásbeli kivonás algoritmusának megismerése pótlással, elvétellel a különbség változása alapján A kivonás pótlásos eljárásának begyakorlása		
Az írásbeli összeadás és kivonás eredményének becslése célszerűen kerekített értékekkel; az eredmény összevetése a becsléssel; szükség esetén ellenőrzés az ellentétes művelettel		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Írásbeli művelet, hiányos összeadás, pótlás	
Javasolt tevékenységek	– Nyugták, blokkok gyűjtése, ellenőrzése („Jól számolt-e a gép?”) – Összeadás, kivonás elvégzése abakusszal, szorobánnal – Írásbeli összeadás lejátszása „Tökéletes pénztárgéppel”: a gép a tíz egyforma címletű pénzt kiveszi, és a következő fiókba beletesz egy tízszer akkora címletűt, majd kiírja a fiók tartalmát – „Betűrejtvények” írásbeli számoláshoz: betűkkel helyettesített számjegyek kitalálása írásbeli összeadás szabályainak segítségével, például RÉT + RÉT = KERT – „Számalkotó” játék írásbeli műveletekkel: írásbeli műveletekben szereplő számjegyek sorsolása dobókockával; a dobott értékek tetszőleges helyi értékre írhatók; az nyer, aki a legnagyobb, legkisebb vagy adott célszámhoz legközelebbi eredményt tudja kiszámolni a felírt számaiból	

17. témakör	Írásbeli szorzás és osztás	Órakeret 6 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	-----------------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Több egyenlő tag írásbeli összeadása		
Az írásbeli szorzás algoritmusának begyakorlása egyjegyű szorzóval Írásbeli szorzás kerek tízesekkel Írásbeli szorzás teljes kétjegyűekkel két lépésben Írásbeli osztás szemléltetése pénzekkel, részekre osztással Írásbeli osztás egyjegyű osztóval, visszaszorzással, kivonással	Helyesen végzi el az írásbeli szorzást egy- és kétjegyű szorzóval, az írásbeli osztást egyjegyű osztóval;	
Többféle módon való becslés és ellenőrzés megismerése a szorzat, hányados nagyságrendjének meghatározásához, a számolás ellenőrzéséhez	Elvégzi a feladathoz szükséges észszerű becslést, mérlegeli a becslés során kapott eredményt Megoldását értelmezi, ellenőrzi.	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Visszaszorzás
Javasolt tevékenységek	– Hiányos írásbeli szorzásban, osztásban a hiányzó számjegyek megtalálása – Írásbeli műveletekben szereplő számjegyek sorsolása dobókockával; a dobott értékek tetszőleges helyi értékre írhatók; az nyer, aki a legnagyobb, legkisebb vagy adott célszámhoz legközelebbi eredményt tudja kiszámolni a felírt számaiból

18. témakör	Törtrészek	Órakeret 5 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	-------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Az egész egyenlő részekre osztása, az egységtörtek értelmezése, megnevezése (például: 1 ketted) különféle mennyiségeken (hosszúság, tömeg, űrtartalom, terület) különféle tevékenységekkel (például: méréssel, papírhajtogatással, színezéssel) Az egységtörtek többszöröseinek előállítása, értelmezése, megnevezése (például: 2 harmad) különféle mennyiségeken különféle tevékenységekkel, többféle egységválasztással	Tevékenységekkel megjelenít egységtörteket és azok többszöröseit különféle mennyiségek és többféle egységválasztás esetén;	
Egészek és törtrészek kirakása, megjelenítése más törtrészekkel	A kirakást, a mérést és a rajzot mint modellt használja a törtrészek összehasonlítására.	

Törtrészekkel ábrázolt törtek nagyság		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Egész, törtrész, egységtört	
Javasolt tevékenységek	– „Lépj hozzám!” játékos feladat – 1 ketted, 1 negyed, 1 nyolcad előállítás felezésekkel papírhajtogatással – 1 harmad, 1 hatod, 1 tizenketted előállítása papírcsík hajtogatásával – Törtrészek kirakása színes rudakkal az egész változtatásával is – Törtrészek kirakása mozaiklapokkal (szabályos hatszög, trapéz, rombusz, háromszög) – Alkotás törtrészeknek megfelelően, például „Alkoss úgy valamit, hogy a 2 harmad része sárga legyen!” – „Pizzarendelős” feladat: 2 különböző színű papírtányért sugara mentén bevágva összecsisztatunk; az egyik tányéron beosztások vannak (például 12 egyenlő részre van osztva), így adott törtrészeket tudunk ábrázolni; különböző beosztású tányérokra csak bizonyos törteket lehet „kiforgatni”, például 1 negyedet kezdetben a 4-es, majd a 8-as, a 12-es beosztású tányéron tudják kiforgatni, viszont a 10-esen nem – Memóriajáték különféle képpen ábrázolt törtrészekkel	

19. témakör	Negatív számok	Órakeret 3 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	-----------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Az „előtt” és „után” térbeli és időbeli értelmezése		

Tapasztalatszerzés irányított mennyiségekről a térben (például: emeletek, tengerszinthez viszonyított magassági szintek); az „alatta” és „felette” értelmezése a síkon és a térben Hőmérséklet mérése, hőmérő leolvasása (levegő, folyadék) Hőmérőmodell használata Tapasztalatszerzés a vagyon, készpénz és adósság kapcsolatairól kirakásokkal, rajzos feladatokkal és diagramon való ábrázolással	A negatív egész számokat irányított mennyiségként (hőmérséklet, tengerszint alatti magasság, idő) és hiányként (adósság) értelmezi;	
A negatív szám megjelenítése különböző tevékenységek során		
Konkrét helyzetben a mennyiségek összehasonlítása, döntés a mennyiségek növekedéséről, csökkenéséről, megmaradásáról	Nagyság szerint összehasonlítja a természetes számokat és a negatív egész számokat a használt modellen belül.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Pozitív, negatív	
Javasolt tevékenységek	– Saját idővonal készítése: születésem vagy iskoláskorom előtt, után történt események, például szüleim születése, házassága, testvéreim születése, óvodáskor, iskoláskor – Világtérképről tengerszinthez mért magasságok és mélységek leolvasása – Fagyponthoz alatti hőmérsékletek mérése, például télen, hűtőszekrényben, fagylalt, jégkocka segítségével – „Időjárás-jelentős” játék: a bemondó ismerteti a hőmérséklet változásait szóban vagy diagram alapján; a nézők saját hőmérőmodelljükön jelenítik meg a pillanatnyi hőmérsékletet	

	– „Gazdálkodj okosan” játék rövidített változatban készpénzzel és adósságcédulákkal: a játékosok kölcsönt vehetnek fel a vásárláshoz, ekkor ugyanannyi készpénzt és adósságcédulát kapnak
--	---

20. témakör	Alkotás térben és síkon	Órakeret 6 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	--------------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Építések térbeli építőelemekből, testekből, lapokból, testhálókából, élvázépítőkből szabadon, másolással, megadott feltétel szerint	Szabadon épít, kirak formát, mintát adott testekből, síklapokból;	
Építések és alkotások, alaprajzok, nézetek, hálók alapján egyszerűbb esetekben	Testeket épít élekből, lapokból; elkészíti a testek élvázát, hálóját; testeket épít képek, alaprajzok alapján; elkészíti egyszerű testek alaprajzát;	
Egyszerű testek alaprajzának, nézeteinek, hálójának azonosítása és annak ellenőrzése megalkotással	Minta alapján létrehoz térbeli, síkbeli alkotásokat	
Különböző téglatestek alkotása adott feltételek szerint	Alkotásában követi az adott feltételeket;	<i>Magyar nyelv és irodalom, német nyelv és irodalom: Történetek mondatainak helyes időrendbe állítása.</i>
Síkbeli alkotások szabadon, másolással, megadott feltétel szerint: kirakások mozaiklapokkal, nyírás, tépés,	Síkidomokat hoz létre különféle eszközök segítségével	

hajtogatás, alakzatok határvonalainak elkészítése pálcákból, szívószálból vagy gumival kifeszítve, rajzolás (szabad kézzel, vonalzóval, alaklemezzel, körzővel) Sokszögek előállítása nyírással, hajtogatással, pálcikákkal, gumikarika kifeszítésével, vonalzos rajzolással adott feltételek szerint		
Alaklemez, vonalzó és körző helyes használatának gyakorlása játékos feladatok során	Alaklemezt, vonalzót, körzőt használ alkotáskor	
Sorminták, terülminták kirakása, folytatása, tervezése síkban, térben, a szimmetriák megfigyelése	Sormintát, síkmintát felismer, folytat;	
Szimmetrikus alakzatok létrehozása térben és síkban (például: építéssel, kirakással, nyírással, hajtogatással, festéssel), és a szimmetria meglétének ellenőrzése választott módszerrel (például: tükör, hajtogatás)	Szimmetrikus alakzatokat hoz létre térben, síkban különböző eszközökkel; felismeri a szimmetriát valóságos dolgokon, síkbeli alakzatokon	
Adott feltételeknek megfelelő minél több alakzat, minta előállítása, az összes lehetséges alkotás keresése, az alakzatok megkülönböztetése, jellemző tulajdonságok kiemelése	Megtalálja az összes, több feltételnek megfelelő építményt, síkbeli kirakást megfogalmazza az alkotásai közti különbséget	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Nincs új fogalom.	

Javasolt tevékenységek	– Építés színes rudakból, legóból, építőkockákból, dobozokból nézetek, alaprajzok alapján – „Szobasarok” cipősdobozból, belehelyezett játék megvilágítása 3 irányból; az árnyékok vizsgálata – „Szobasarok” négyzethálós falaira rajzolt árnyékok alapján építés színes rudakból – Feltételek, minták alapján kirakások mozaiklapokból, logikai készlet elemeiből – Rövid ideig látott képről másolat készítése a vizuális memória fejlesztésére – Adott síkidomokból téglatest építése – 3 különböző méretben adott szívószálakból testek fűzése úgy, hogy egy testhez 6 db szívószál használható; az összes különböző test megalkotása – A tanulók körben ülnek; mindenki egy nézőpontból látja a középre helyezett építményt; a szóban kérhető és adható információk alapján mindenki megépíti az építményt, vagy alaprajzot készít hozzá – Geometriai fejtörők, például tangram, gyufarejtvények – „Lakótelepi panoráma” rejtvény megfejtése színes rudak segítségével
-----------------------------------	---

21. témakör	Alakzatok geometriai tulajdonságai	Órakeret 6 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	---	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Válogatások előállított és gyűjtött testek között szabadon	Megkülönböztet, azonosít egyedi, konkrét látott, hallott, mozgással, tapintással érzékelhető tárgyakat, dolgokat, helyzeteket, jeleket;	<i>Vizuális kultúra;</i> <i>környezetismeret:</i> tárgyak egymáshoz való viszonyának, helyzetének, arányának megfigyelése.

	Személyek, tárgyak, dolgok, szavak, számok közül kiválogatja az adott tulajdonsággal rendelkező összes elemet; Két meghatározott tulajdonság egyszerre történő figyelembevételével szétválogat adott elemeket: tárgyakat, személyeket, szavakat, számokat, alakzatokat	
Halmazokba rendezett testek, síkbeli alakzatok közös tulajdonságainak megfigyelése, halmazok címkézése Testek, síkbeli alakzatok halmazokba rendezése közös tulajdonság alapján Halmazba nem tartozó alakzatok keresése	Megkülönbözteti és szétválogatja szabadon választott vagy meghatározott geometriai tulajdonságok szerint a gyűjtött, megalkotott testeket, síkidomokat; ű Megfigyeli az alakzatok közös tulajdonságát, megfelelő címkéket talál megadott és halmazokba rendezett alakzatokhoz; Megtalálja a közös tulajdonsággal nem rendelkező alakzatokat;	
Testek jellemző tulajdonságainak keresése, megfigyelése, megnevezése: sík vagy görbe felületek, „lyukas”, „tükrös”, „van-e bemélyedése” Sokszöglapokkal határolt egyszerű testek lapjainak, éleinek, csúcsainak megfigyelése	Megnevezi a tevékenységei során előállított, válogatásai során előkerülő alakzatokon megfigyelt tulajdonságokat; Megnevezi a sík és görbült felületeket, az egyenes és görbe vonalakat, szakaszokat tapasztalati ismeretei alapján;	<i>Technika, életvitel és gyakorlat: testek építése.</i>

Válogatások előállított és megadott síkidomok között szabadon Síkbeli alakzatok jellemző tulajdonságainak keresése, megfigyelése, megnevezése: egyenes vagy görbe határvonalak, szakaszok, „lyukasság”, „tükrösség”, „van-e bemélyedése”	Megnevezi a háromszögeket, négyszögeket, köröket; megkülönböztet tükrösen szimmetrikus és tükrösen nem szimmetrikus síkbeli alakzatokat	<i>Vizuális kultúra:</i> szimmetrikus alakzatok készítése, festése.
A létrehozott síkbeli és térbeli alkotások, mintázatok jellemzése megfigyelt tulajdonságaikkal		
Egyszerű szögletes testek lapjainak, éleinek, csúcsainak megszámlálása	Megszámlálja az egyszerű szögletes test lapjait;	
Környezetükből gyűjtött testek közül a téglatestek kiválogatása Téglatest tulajdonságainak megfigyelése tevékenységek során: lapok alakja, egy csúcsból induló élek száma, élek hossza, az élek, lapok egymáshoz való viszonya, test tükrörszimmetriája Téglatest egybevágó lapjainak felismerése Kocka kiemelése a téglatestek közül élek, lapok alapján	Megnevezi a téglatest lapjainak alakját, felismeri a téglatesten az egybevágó lapokat, megkülönbözteti a téglatesten az éleket, csúcsokat; Megfigyeli a kocka mint speciális téglatest és a négyzet mint speciális téglalap tulajdonságait	
Előállított vagy megadott sokszögek jellemzése felismert tulajdonságokkal		

Sokszögek oldalainak és csúcsainak megszámlálása, oldalak összemérése hajtogatással, szögek összemérése egymásra illesztéssel		
Derékszög előállítás elfordulással, hajtogatással		
Derékszögnél kisebb, nagyobb szögek előállítása elforduló mozgással; hozzámérés a hajtogatott derékszöghöz		
Téglalap tulajdonságainak megfigyelése: szögek, oldalak, szimmetria Téglalap szögei egyenlőségének megmutatása egymásra hajtatással Téglalap egyenlő hosszúságú oldalainak keresése hajtogatással Négyzet kiemelése a téglalapok közül oldalai és szimmetriái alapján	Tudja a téglalap oldalainak és csúcsainak számát, összehajtatással megmutatja a téglalap szögeinek egyenlőségét; Megmutatja a téglalap azonos hosszúságú oldalait és elhelyezkedésüket, megmutatja és megszámlálja a téglalap átlóit és szimmetriatengelyeit Megfigyeli a kocka mint speciális téglatest és a négyzet mint speciális téglalap tulajdonságait	<i>Vizuális kultúra:</i> szimmetrikus alakzatok készítése, festése.
Testek, síkbeli alakzatok jellemzése megfigyelt tulajdonságok alapján	Megnevezi megfigyelt tulajdonságai alapján a téglatestet, kockát, téglalapot, négyzetet Megfigyelt tulajdonságaival jellemzi a létrehozott síkbeli és térbeli alkotást, mintázatot.	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Lap, él, téglatest, kocka, szög, derékszög
Javasolt tevékenységek	– Barkochbázás a teremben lévő tárgyak geometriai tulajdonságai alapján – Egyszerű szögletes testek építése pálcikákból és gyurmagolyókból – Egyszerű szögletes testek élvázának építése szívószálakból – Dobozok szétvágása a test lapjainak és hálójának vizsgálatához – Dobozok lapjainak leragasztása különböző színű papírokkal – „Élőkép” alkotása csoportban, például kocka, téglatest, gúla megjelenítése – „Keveredj! Állj meg! Csoportosulj!” játék, sokszögek megjelenítése – Sokszögek építése szívószálakból – Sokszögek kifeszítése befőttes gumival szöges táblán; a kifeszített alakzatok vizsgálata – „Saját testen jeleníts meg derékszöget!”, például ujjak, kar, láb, mérlegállás – Derékszög hajtogatása szabálytalan alakú papírból – Gyurmából vagy agyagból készült téglatest szeletelése úgy, hogy téglatesteket kapjunk; úgy, hogy ne kapjunk téglatesteket; úgy, hogy kockát is kapjunk; kocka szeletelése úgy, hogy téglatesteket kapjunk – Párhuzamos szélű papírcsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása; annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni ahhoz, hogy téglalapot kapjunk; téglalapból négyzet nyírása, négyzetből téglalap nyírása – A4-es papírból hajtással és tépéssel négyzet készítése; a hulladék részből ismét – négyzet készítése, ennek ismétlése egészen addig, amíg lehetséges

22. témakör	Transzformációk	Órakeret 4 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Szimmetriák, tükörképek megfigyelése a természetes és az épített környezetben térben és síkban Tárgyak, építmények, képek tükörképének megfigyelése térben, síkban tükör segítségével	Szimmetrikus alakzatokat hoz létre térben, síkban különböző eszközökkel; felismeri a szimmetriát valóságos dolgokon, síkbeli alakzatokon. Követi a sormintában vagy a síkmintában lévő szimmetriát	<i>Vizuális kultúra:</i> szimmetrikus alakzatok készítése, festése.
Tükörkép megépítése térben; tükrös és nem tükrös formák létrehozása, a kapott alakzat ellenőrzése tükör segítségével		
Síkbeli alakzatok tükrötengelyeinek keresése tükörrel, hajtogatással		
Tükörkép alkotása különböző eszközökkel síkban; tükrös és nem tükrös alakzatok létrehozása; ellenőrzés tükörrel, másolópapírral	Tapasztalattal rendelkezik mozgással, kirakással a tükörkép előállításáról	
Építmények eltolása, az eltolt kép összehasonlítása a tükörképpel Formák eltolása a síkban; az eltolt alakzat összehasonlítása a tükrözéssel keletkező alakzattal; ellenőrzés másolópapírral	Ellenőrzi a tükrözés, eltolás helyességét tükör vagy másolópapír segítségével	
Testek és síkbeli alakzatok megkülönböztetése, azonosítása alak és méret szerint: a hasonlóság és az egybevágóság fogalmának előkészítése		
Térben, síkban az eredetihez hasonló testek, síkidomok alkotása nagyított vagy kicsinyített elemekkel, hálón való rajzolással	Térben, síkban az eredetihez hasonló testeket, síkidomokat alkot nagyított vagy kicsinyített elemekből; az eredetihez hasonló síkidomokat rajzol hálón.	

Játékok, tevékenységek során alakzatok elforgatott, eltolt, tükrös képeinek felismerése a síkban és a térben	Megépíti, kirakja, megrajzolja hálón, jelölés nélküli lapon sablonnal, másolópapír segítségével alakzat tükörképét, eltolt képét;	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Eltolt kép, mozgatás, elforgatott kép	
Javasolt tevékenységek	– Titkosírás tükrőírással, a titkos üzenet megfejtése – Utcák építése színes rudakból: az utca két oldalán lévő házak egymás tükörképei – Kártyákon adott mintát kell megjeleníteni két kocka lapjain lévő ábrák segítségével úgy, hogy a két kockát egy tükrő elé rakjuk; a kockák felső lapjain lévő ábrák és azok tükörképei együtt adják az adott mintát – Minta rajzolása, majd átmásolása zsírpapírra; a zsírpapír átfordítása, eltolása, elforgatása; összehasonlítás az eredeti mintával – Összehajtott, majd szétnyitott lap bal oldalára az egyik játékos tollal pöttyöket rajzol, a másik játékos a másik oldalra grafitlával a tükörképét próbálja berajzolni, összehajtják a papírt, a hátulján a grafitpöttyöket erősen megrajzolják tollal, így szétnyitás után a bal oldalon látszik, hogy mennyi a tévedés – Tengelyesen szimmetrikus alakzat kiegészítése – Pálcikákból kirakott alakzat kétszeresére nagyítása – Pontrácsra, négyzetrácsra rajzolt ábra kétszeresére nagyítása, felére kicsinyítése	

23. témakör	Tájékozódás térben és síkon	Órakeret 3 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	------------------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
---	----------------------------	----------------------------

Irányokat, távolságokat jelölő szavak használata térben és síkban	Helyesen használja az irányokat és távolságokat jelölő kifejezéseket térben és síkon	<i>Német nyelv és irodalom:</i> irányok
Irány és állás megfigyelése, követése síkbeli alakzatok és mozgások során Téri tájékozódást segítő játékok, tevékenységek		<i>Testnevelés és sport:</i> térbeli tudatosság, elhelyezkedés a térben, mozgásirány, útvonal, kiterjedés.
Útvonalak bejárása oda-vissza, térbeli viszonyokat kifejező szavak segítségével Útvonal bejárásának irányítása térbeli viszonyokat kifejező szavak segítségével		
Térbeli és síkbeli elhelyezkedést kifejező szavak használata tevékenységekben és játékos szituációkban		
Tájékozódás lakóhelyen, bejárt terepen: bejárt útvonalon visszatalálás adott helyre; adott utca és házszám alapján ház megtalálása	Tájékozódik lakóhelyén, bejárt terepen: bejárt útvonalon visszatalál adott helyre, adott utca és házszám alapján megtalál házát	<i>Környezetismeret:</i> tájékozódás közvetlen környezetünkben. Égtájak ismeretének gyakorlati alkalmazása.
Egyszerű térképek készítése		
Tájékozódás négyzethálón, térképen	Térképen, négyzethálón megtalál pontot két adat segítségével	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Négyzetháló, térkép
Javasolt tevékenységek	– Robot célhoz irányítása szerepjátékkal: bekötött szemű gyerek irányítása adott célhoz, a célban a kendő levétele után azonos úton visszatalálás a kiindulóponttra – Útvonal bejárása síkbeli labirintusokban padlórobot irányításával – „Vonalvezetős” játék irányok és távolságok megadásával, melynek során különböző formák rajzolódnak ki a négyzethálón, például 2 lépés fel, 3 lépés balra... – Kacsaringós utak bejárása, majd lerajzolása négyzethálón; például: 2 lépés, jobbra fordulás, 1 lépés, jobbra fordulás, 3 lépés, jobbra fordulás, folytatva az utat, ismétlés előlről sokszor – Négyzethálóra rajzolt minta alapján a vonalvezetés diktálása társnak – Kincskeresés utasítások alapján – Kincskeresés térkép alapján – „Torpedó” játék – „Telefonos” játék – Térkép készítése tanteremről, iskolaudvarról, útvonalakról – Térképen adott helység keresése páros munkában a térkép keresőhálójának segítségével – „Vándorvezér” játék sakktáblán égtájjakkal, például „f4-ről 2 mezőt észak felé lépve hova jutunk?”

24. témakör	Összefüggések, kapcsolatok, szabályszerűségek felismerése	Órakeret 9 óra (A tanév folyamán elosztva)
--------------------	--	---

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
---	----------------------------	----------------------------

Személyek, tárgyak, dolgok, számok, testek, síklapok között megjelenő kapcsolatok megfigyelése, felfedezése, megnevezése	Részt vesz memóriajátékokban különféle tulajdonságok szerinti párok keresésében Megfogalmazza a személyek, tárgyak, dolgok, időpontok, számok, testek, síklapok közötti egyszerű viszonyokat, kapcsolatokat	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> Szókincs fejlesztés, lényegkiemelés
Számpárok, számhármassok közötti kapcsolatok felfedezése, jellemzése	Érti a problémákban szereplő adatok viszonyát	<i>Testnevelés és sport:</i> párok, csoportok alakítása.
Változó helyzetek megfigyelése, a változás jelölése nyíllal		
Tárgyakkal, logikai készletek elemeivel kirakott periodikus sorozatok folytatása	Tárgyakkal, logikai készletek elemeivel kirakott periodikus sorozatokat folytat	
Az évszakok, hónapok, napok elsorolása egymás után tetszőleges kezdőpontból	Felsorolja az évszakokat, hónapokat, napokat, napszakokat egymás után, tetszőleges kezdőponttól is	<i>Német nyelv és irodalom:</i> évszakok, hónapok, napok.
Ismert műveletekkel alkotott sorozat szabályának felismerése Megkezdett sorozat folytatása a felismert szabály szerint mindkét irányba Sorozat szabályának megfogalmazása, egyszerűbb esetben jelekkel is (például: nyíljelöléssel vagy nyitott mondatlall)	Összefüggéseket keres sorozatok elemei között Ismert műveletekkel alkotott sorozat, táblázat szabályát felismeri; ismert szabály szerint megkezdett sorozatot, táblázatot helyesen, önállóan folytat	<i>Ének-zene:</i> ismétlődő ritmussorok, dallammotívumok.

Gépjátékok különféle elemekkel (például: tárgyak, számok, alakzatok) Gépjátékhoz szabály alkotása; az egyszerű gép szabályának megfordításával nyert gép szabályának felismerése	Tárgyakkal, számokkal kapcsolatos gépjátékhoz szabályt alkot; felismeri az egyszerű gép megfordításával nyert gép szabályát	
Szabályjátékokban az elempárok, elemhármások megjelenítése táblázatban Szabályjátékok során a felismert kapcsolat alapján további elempárok, elemhármások létrehozása	Felismer kapcsolatot elempárok, elemhármások tagjai között Szabályjátékok során létrehoz a felismert kapcsolat alapján további elempárokat, elemhármásokat	
Táblázatokban, gépjátékokban a felismert összefüggések megfogalmazása, egyszerűbb esetekben jelekkel is (például: nyíljelöléssel vagy nyitott mondattal) Sorozatok, szabályjátékok alkotása	Megfogalmazza a felismert összefüggéseket A sorozatban, táblázatban, gépjátékokban felismert összefüggést megfogalmazza saját szavaival, nyíljelöléssel vagy nyitott mondattal.	
Megértett probléma értelmezéséhez, megoldásához sorozat, táblázat, esetleg nyíldiagram alkotása modellként	Megadott szabály szerint sorozatot alkot; megértett probléma értelmezéséhez, megoldásához sorozatot, táblázatot állít elő modellként	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Táblázat, nyitott mondat	
Javasolt tevékenységek	– Logikai lapokból „kígyó” vagy „háló” készítése, a szomszédos elemek között 1-2-3-4 eltérő tulajdonsággal – „Királyos játék” logikai lapokkal – Logikai készlet elemeinek körberakása egy különbséggel – Két elem között további elemek segítségével útvonal építése a szomszédos elemekre vonatkozó feltétel alapján	

	– 3×3-as, 4×4-es táblázatba elemek rendezése feltételek alapján, például legyen közös tulajdonság soronként; lerakott elemek átrendezése; hiányzó elemek pótlása – Úthálózaton való végighaladás: az elágazásokba útjelző táblákat rakunk a logikai készlet elemeinek tulajdonságai szerint; az úthálózatot a gyerekek végigjárják kezükben egy logikai elemmel; a megfelelő helyre kell érkezniük; az úthálózatot lerajzolják ágrajzként, a saját útvonalukat jelölik – „Elvitte a szarka” játék, hiányzó elemek megtalálása – Egyszerű logikai készlet készítése csoportmunkában, például tejfölös poharakból; faágakból; spárgákból – Logikai készlet elemeiből feltételeknek megfelelő összes elem kiválasztása, ágrajz kiegészítése, alkotása – Szendvicsek készítése – összes lehetőség kirakása – Sorba rendezős feladat: sorban mindenki rak egy új lehetőséget, például 2 piros, 2 kék gyöngyöt fűz fel fogpiszkálóra, úgy, hogy számít a sorrend; ha nem tud rakni, passzol, aki jól rakott, kap egy zsetont, aki olyat rak, ami már volt, visszaad egy zsetont; amikor már senki sem tud rakni, közösen megbeszélik, hogy miért nincs több a kirakott elemek rendszerezésével – Geometria alkotáskorán az adott feltételeknek megfelelő alkotáskor gyűjtése, rendszerezési szempontok keresése tanítói segítséggel, például tetromino elemeinek megalkotása; 3×3-as pontrácson különböző háromszögek alkotása
--	---

25. témakör	Adatok megfigyelése	Órakeret 3 óra (A tanév folyamán elosztva)
--------------------	----------------------------	---

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Minőségi és mennyiségi tulajdonsággal kapcsolatos adatok megfigyelése, gyűjtése, rögzítése tanítói segítséggel	Adatokat gyűjt a környezetében	

Adatgyűjtés vásárlással kapcsolatban (például: árak megfigyelése boltokban, nyugtán)		
Mért adatok lejegyzése	Adatokat rögzít későbbi elemzés céljából	
Közös tevékenységek során szerzett adatok alapján egyszerű diagram készítése térben és síkban	Gyűjtött adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol	
Egyszerű diagramról adatok, összefüggések leolvasása	Adatokat gyűjt ki táblázatból, adatokat olvas le diagramról	
Az összes adat együttes jellemzőinek megfigyelése, például egyenlő adatok, legkisebb, legnagyobb kiválasztása	Jellemzi az összességeket	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Adat, diagram	
Javasolt tevékenységek	– Mérések testnevelésórán, például időeredmények, kislabdadobás hossza, távolugrás hossza; eredmények rögzítése; ábrázolása közösen – Piacon több árusnál ugyanazon termék árának összehasonlítása, csoportonként más-más termék árának megfigyelése, lejegyzése – Csoportonként a csoport tagjaira jellemző egyszerű diagramok készítése úgy, hogy a többi csoport nem látja, mi készül; a kirakott vagy rajzolt diagramok alapján a csoport felismerése, azonosítása, például hány fiú, hány lány, hány szemüveges, hány nem szemüveges...	

26. témakör	Valószínűségi gondolkodás	Órakeret 3 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	----------------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Részvétel valószínűségi játékokban; intuitív esélylatolgatás, tippek megfogalmazása	Részt vesz olyan játékokban, kísérletekben, melyekben a véletlen szerepet játszik	
Események megfigyelése valószínűségi kísérletekben Valószínűségi játékok során stratégiák alakítása, kipróbálása, értékelése Véletlen események gyakoriságának összeszámlálása, ábrázolása különféle módszerekkel: strigulázással, diagrammal, táblázatba rögzítéssel Véletlen események előfordulásainak vizsgálata, a kimenetek számának összehasonlítása az előzetes tippekkel, magyarázatok keresése	Tapasztalatai alapján tippet fogalmaz meg arról, hogy két esemény közül melyik esemény valószínűbb olyan, véletlentől függő szituációk során, melyekben a két esemény valószínűsége között jól belátható a különbség; Tetszőleges vagy megadott módszerrel összeszámlálja az egyes kimenetek előfordulásait olyan egyszerű játékokban, kísérletekben, amelyekben a véletlen szerepet játszik; A valószínűségi játékokban, kísérletekben megfogalmazott előzetes sejtését, tippjét összeveti a megfigyelt előfordulásokkal.	
„Biztos”, „lehetséges, de nem biztos”, „lehetetlen” események megkülönböztetése	Tapasztalatai alapján különbséget tesz a „biztos”, „lehetetlen”, „lehetséges, de nem biztos” események között;	

A „biztos” és „lehetetlen” cáfolata ellenpélda mutatásával		Megítéli a „biztos”, „lehetetlen”, „lehetséges, de nem biztos” eseményekkel kapcsolatos állítások igazságát	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Nincs új fogalom		
Javasolt tevékenységek	– Játék eseménykártyákkal a „biztos”, „lehetséges, de nem biztos”, „lehetetlen” események megkülönböztetésére, események gyakoriságának megfigyelésére csoportmunkában: valószínűségi kísérlethez tartozó eseményeket írunk kártyákra; kiosztjuk; elvégezzük a kísérletet, mindenki rátesz egy zsetont arra a kártyájára, amelyikre írt esemény bekövetkezett; a kísérletek végén elemzés, például a kísérlet: 3 korongot feldobunk; események: mindhárom kék; több a kék, mint a piros; nincs piros; van kék; van két egyforma szín; egyik színből sincs legalább kettő; elemzés: „Melyik a jó kártya, melyik rossz, melyiket választanád?” – Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a játék elején a játékosok tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán lévő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról levehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok – Valószínűségi kísérlet nem kocka alakú doboz feldobásával: tippelés, 20 kísérletből melyik lapjára hányszor esik; ellenőrzés a kísérletek elvégzésével – 10 korongot feldobunk, számegyenesen a 0-ból indulva annyit lépünk pozitív irányba, ahány pirosat dobtunk, majd innen annyit negatív irányba, ahány kéket; tippeld meg, hova jutsz; válassz 4 számkártyát, nyersz, ha ezek egyikére jutsz – Játék számkorongokkal: 3 korong piros és kék oldalára is számokat írtunk; feldobjuk egyszerre a 3 korongot; kártyákra eseményeket írunk a számok tulajdonságai alapján, a dobott számok összegére, szorzatára vonatkozó tulajdonságokkal; figyeljük meg, van-e lehetetlen, van-e biztos esemény; tippeljünk az események gyakoriságára, például szorzatuk páros; nincs közte kétjegyű – Gyerekek alkotta gyakorisági diagram: két kockával dobunk, és nézzük a dobott számok összegét; a gyerekek sorban egymás mellett állnak, mindenkinek a kezében egy szám van 1 és 13 között; akinek a száma a két kockával dobott számok összege, előre lép egyet – Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegétől egy korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja		

4. évfolyam

Témakör címe	órakeret
1. Válogatás, halmazok alkotása, vizsgálata	3 óra
2. Rendszerezés, rendszerképzés	5 óra
3. Állítások	4 óra
4. Problémamegoldás	5 óra
5. Szöveges feladatok megoldása	8 óra
6. Szám és valóság kapcsolata	4 óra
7. Számlálás, becslés	5 óra
8. Számok rendezése	3 óra
9. Számok tulajdonságai	8 óra
10. Számok helyi értékes alakja	6 óra
11. Mérőeszköz használata, mérési módszerek	10 óra
12. Alapműveletek értelmezése	3 óra
13. Alapműveletek tulajdonságai	4 óra
14. Szóbeli számolási eljárások	6 óra
15. Fejben számolás	8 óra

16. Írásbeli összeadás és kivonás	6 óra
17. Írásbeli szorzás és osztás	6 óra
18. Tötrészek	5 óra
19. Negatív számok	3 óra
20. Alkotás térben és síkon	6 óra
21. Alakzatok geometriai tulajdonságai	6 óra
22. Transzformációk	4 óra
23. Tájékozódás térben és síkon	3 óra
24. Összefüggések, kapcsolatok, szabályszerűségek felismerése	9 óra
25. Adatok megfigyelése	3 óra
26. Valószínűségi gondolkodás	3 óra
27. Év végi összefoglalás	8 óra
Összes óraszám	144 óra

1. témakör	Válogatás, halmazok alkotása, vizsgálata	Órakeret 3 óra (a tanév folyamán elosztva)
-------------------	---	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Barkochbázis konkrét tárgyak kirakása nélkül Barkochba játékokban minél kevesebb kérdésre törekvés	Barkochbázis valóságos és elképzelt dolgokkal is, kerüli a felesleges kérdéseket	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> Szókincs fejlesztés, lényegkiemelés
Személyek, tárgyak, képek, alakzatok, jelek, számok válogatása választott vagy adott szempont, tulajdonság szerint	Tudatosan emlékezetébe vési az észlelt tárgyakat, személyeket, dolgokat, és ezek jellemző tulajdonságait, elrendezését, helyzetét. Válogatásokat végez saját szempont szerint személyek, tárgyak, dolgok, számok között. Személyek, tárgyak, dolgok, szavak, számok közül kiválogatja az adott tulajdonsággal rendelkező összes elemet. Megkülönböztet, azonosít egyedi, konkrét látott, hallott, mozgással, tapintással érzékelhető tárgyakat, dolgokat, helyzeteket, jeleket;	Környezetismeret: élőlények csoportosítása megadott szempontok szerint.
Elkezdett válogatások esetén az elemek közös tulajdonságának felismerése, a válogatás szempontjának	Folytatja a megkezdett válogatást felismert szempont szerint.	

megfogalmazása; címkézés, a felismert szempont alapján a válogatás folytatása	Felismeri a mások válogatásában együvé kerülő dolgok közös és a különválogatottak eltérő tulajdonságát; halmazábrán is elhelyez elemeket adott címkék szerint Adott, címkékkel ellátott halmazábrán elhelyezett elemekről eldönti, hogy a megfelelő helyre kerültek-e; a hibás elhelyezést javítja Talál megfelelő címkéket halmazokba rendezett elemekhez	
A halmazba nem való elemek esetén az elemek tulajdonságainak tagadása, a logikai „nem” használata Halmazok képzése tagadó formában megfogalmazott tulajdonság szerint, például <i>nem kör</i>	Azonosítja a közös tulajdonsággal rendelkező dolgok halmazába nem való elemeket Megnevezi egy adott tulajdonság szerint ki nem válogatott elemek közös tulajdonságát a tulajdonság tagadásával.	
Válogatások kétszer kétfelé (két szempont szerint) tárgyi tevékenységgel; az egy helyre kerülő elemek közös, meghatározó tulajdonságainak keresése, értése: a logikai „nem” és a logikai „és” A kétszer kétfelé (két szempont szerint) válogatás ábrázolása Venn-diagramon	Megfogalmazza a halmazábra egyes részeibe kerülő elemek közös, meghatározó tulajdonságát; helyesen használja a logikai „nem” és a logikai „és” szavakat, valamint a velük azonos értelmű kifejezéseket. Két meghatározott tulajdonság egyszerre történő figyelembevételével szétválogat adott elemeket: tárgyakat, személyeket, szavakat, számokat, alakzatokat.	

Két szempont egyidejű figyelembevétele, például: háromjegyű és számjegyeinek összege 8; tükrös és négy szöge van			
Két halmaz közös részének jellemzése logikai „és”-sel A logikai „és” helyes használata két halmaz közös részének jellemzésére		Két szempontot is figyelembe vesz egyidejűleg.	Magyar nyelv és irodalom: szavak jelentése, szövegkörnyezettől függő eltérő nyelvhasználat
Konkrét halmazok közös részéből elemek felsorolása.		Megítéli, hogy adott halmazra vonatkozó állítás igaz-e vagy hamis.	
Elemek elhelyezése halmazábrában, a halmazábra egyes részeinek jellemzése, például piros, de nem háromszög; se nem piros, se nem háromszög		Játékos feladatokban személyeket, tárgyakat, számokat, formákat néhány meghatározó tulajdonsággal jellemez. Megfogalmaz adott halmazra vonatkozó állításokat; értelemszerűen használja a „mindegyik”, „nem mindegyik”, „van köztük...”, „egyik sem...” és a velük rokon jelentésű szavakat	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	logikai „nem”, logikai „és		
Javasolt tevékenységek	– Barkochba játék különféle logikai készleteken többféle szabály szerint, például egyszerű barkochba, fordított barkochba, barkochba két elem egyszerre történő kitalálására, kapcsolati barkochba; ezek mindegyikének kipróbálása hazudósan is – Játék tanulók által csoportban készített 3, 4 ábrás kártyakészlettel, tananyaghoz igazított tartalommal – Játék tanulók által csoportban készített logikai kártyacsomaggal – „Ország, város” játék számokkal: egy-egy oszlopnak egy-egy számtulajdonság felel meg; sorsolt számjegyekből az oszlopoknak megfelelő tulajdonságú számok előállítás – „Kapuőr” útválasztó játék két kapuőrrel		

	– „Ki jut a várba?” játék – Játék logikai lapokkal – Tanulók, tárgyak válogatása két tulajdonság szerint két külön hulahoppkarikába, mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek helyének keresése, tanulói ötlet alapján a hulahoppkarikák összehúzóása (metszetképzés) – Tárgyak, képek, alakzatok, számok válogatása két tulajdonság szerint papírlapra és madzagkarikába, mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek helyének keresése, a papírlappal és a madzagkarikával metszetképzés
--	--

2. témakör	Rendszerezés, rendszerképzés	Órakeret 5 óra (A tanév folyamán elosztva)
-------------------	-------------------------------------	---

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Elemek sorozatba rendezése az egyező és eltérő tulajdonságok száma alapján (például: a szomszédos elemek pontosan egy tulajdonságban különbözzenek)	Sorba rendezett elemek közé elhelyez további elemeket a felismert szempont szerint; Megfogalmazza a rendezés felismert szempontjait	
A válogatás, osztályozás, rendszerezés alkalmazása más tantárgyak tanulásakor	Adott elemeket elrendez választott és megadott szempont szerint is Megfogalmazza a halmazábra egyes részeibe kerülő elemek közös, meghatározó tulajdonságát; helyesen használja a logikai „nem” és a logikai „és” szavakat, valamint a velük azonos értelmű kifejezéseket;	<i>Német nyelv és irodalom:</i> tárgyak, élőlények csoportosítása különböző tulajdonságok alapján, pl. élőhely, táplálkozási mód stb.

Alkalmilag összeállított készletek és különféle teljes logikai készletek elemeinek egy vagy több szempont szerinti válogatása, rendszerezése tevékenységgel, mozgással	Két szempontot is figyelembe vesz egyidejűleg barkochbázis valóságos és elképzelt dolgokkal is, kerüli a felesleges kérdéseket.	
Adott halmaz elemeinek rendszerezése megadott szempont szerint, különböző módszerekkel, például: táblázat, fadiagram, ágrajz	Két, három szempont szerint elrendez adott elemeket többféleképpen is; segédeszközként használja a táblázatos elrendezést és a fadiagramot.	
Teljes rendszert alkotó legfeljebb 48 elemnél a hiány felismerése a rendszerezés elvégzése után	Megkeresi két, három szempont szerint teljes rendszert alkotó, legfeljebb 48 elemű készlet hiányzó elemeit, felismeri az elemek által meghatározott rendszert. Keresi az okát annak, ha a halmazára valamelyik részébe nem kerülhet egyetlen elem sem.	
Az összes, a feltételeknek megfelelő alkotás felsorolása egyszerű esetekben: 2-3 feltétel esetén, kis elemszámú problémánál	Megkeresi egyszerű esetekben a két, három feltételnek megfelelő összes elemet, alkotást. Felsorol elemeket konkrét halmazok közös részéből	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Nincs új fogalom.	
Javasolt tevékenységek	– Logikai lapokból „kígyó” vagy „háló” készítése, a szomszédos elemek között 1-2-3-4 eltérő tulajdonsággal – „Királyos játék” logikai lapokkal – Logikai készlet elemeinek körberakása egy különbséggel – Két elem között további elemek segítségével útvonal építése a szomszédos elemekre vonatkozó feltétel alapján – 3×3-as, 4×4-es táblázatba elemek rendezése feltételek alapján, például legyen közös tulajdonság soronként; lerakott elemek átrendezése; hiányzó elemek pótlása	

	– Úthálózaton való végighaladás: az elágazásokba útjelző táblákat rakunk a logikai készlet elemeinek tulajdonságai szerint; az úthálózatot a gyerekek végigjárják kezükben egy logikai elemmel; a megfelelő helyre kell érkezniük; az úthálózatot lerajzolják ágrajzként, a saját útvonalukat jelölik – „Elvitte a szarka” játék, hiányzó elemek megtalálása – Egyszerű logikai készlet készítése csoportmunkában, például tejfölös poharakból; faágakból; spárgákból – Logikai készlet elemeiből feltételeknek megfelelő összes elem kiválasztása, ágrajz kiegészítése, alkotása – Szendvicsek készítése – összes lehetőség kirakása – Sorba rendezős feladat: sorban mindenki rak egy új lehetőséget, például 2 piros, 2 kék gyöngyöt fűz fel fogpiszkálóra, úgy, hogy számít a sorrend; ha nem tud rakni, passzol, aki jót rakott, kap egy zsetont, aki olyat rak, ami már volt, visszaad egy zsetont; amikor már senki sem tud rakni, közösen megbeszélik, hogy miért nincs több a kirakott elemek rendszerezésével – Geometria alkotáskorán az adott feltételeknek megfelelő alkotáskor gyűjtése, rendszerezési szempontok keresése tanítói segítséggel, például tetromino elemeinek megalkotása; 3×3-as pontrácson különböző háromszögek alkotása
--	---

3. témakör	Állítások	Órakeret 4 óra (A tanév folyamán elosztva)
-------------------	------------------	---

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Adott konkrét helyzetről köznyelvi és matematikai tartalmú állítások megfogalmazása szabadon és irányított megfigyelések alapján	Tudatosan emlékezetébe vés szavakat, számokat, utasítást, adott helyzetre vonatkozó megfogalmazást	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> Szókinccs fejlesztés, lényegkiemelés
Konkrét, megfigyeléssel ellenőrizhető állítások igazságának eldöntése.	Egy állításról ismeretei alapján eldönti, hogy igaz vagy hamis	

Adott halmazra és egyes részeire vonatkozó állítások megfogalmazása	Megfogalmaz adott halmazra vonatkozó állításokat; értelemszerűen használja a „mindegyik”, „nem mindegyik”, „van köztük...”, „egyik sem...” és a velük rokon jelentésű szavakat Ismeretei alapján megfogalmaz önállóan is egyszerű állításokat Megfogalmazza a halmazára egyes részeibe kerülő elemek közös, meghatározó tulajdonságát; helyesen használja a logikai „nem” és a logikai „és” szavakat, valamint a velük azonos értelmű kifejezéseket	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> nyelvhelyesség, mondatalkotás, kérdő és kijelentő mondat.
Halmazra és a halmaz részhalmazaira vonatkozó állítások igazságának eldöntése	Megítéli, hogy adott halmazra vonatkozó állítás igaz-e vagy hamis	
Igaz és hamis állítások alátámasztására példák és ellenpéldák keresése, felsorolása	Példákat gyűjt konkrét tapasztalatai alapján matematikai állítások alátámasztására	
Személyekre, tárgyakra, formákra, számokra vonatkozó hiányos állítások kiegészítése igazzá, nem igazzá; kis elemszámú alaphalmazon az összes igazzá tevő elem, elempár megkeresése. Lezárt hiányos állítások igazságának megítélése	Hiányos állításokat igazzá tevő elemeket válogat megadott alaphalmazból	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	igaz-hamis	

Javasolt tevékenységek	– „Telefonos” játék – „Rontó” játék – „Füllentős” játék csoportban: a csoportok mondanak 3 állítást, 1 hamisat, 2 igazat; a többieknek ki kell találni, melyik a hamis – Papírcsíkon egy olyan állítás szerepel, amely két helyen is hiányos, a hiányt konkrét dobozok jelzik; a mondat kiegészítése azzal, hogy a dobozokba elemeket választunk, például: „A ... rúd hosszabb, mint a ... rúd”, olyan rúdpárok keresése, amelyek igazzá teszik a mondatot, illetve amelyek hamissá – „Mastermind” játék színekkel és számokkal
-----------------------------------	---

4. témakör	Problémamegoldás	Órakeret 5 óra (a tanév folyamán elosztva)
-------------------	-------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Hétköznapi helyzetekben, tevékenységek során felmerülő problémahelyzetben megoldás keresése.	A tevékenysége során felmerülő problémahelyzetben megoldást keres, kérésre, illetve problémahelyzetben felidézi a kívánt, szükséges emlékképet.	<i>Erkölcstan:</i> élethelyzetek elemzése, problémamegoldás
Hiányzó információk pótlása méréssel, számlálással, információgyűjtéssel. Kérdésfeltevés a problémahelyzet kapcsán.	Kérdést tesz fel a megfogalmazott probléma kapcsán.	
Megfogalmazott probléma értelmezése tevékenységgel, megjelenítéssel, átfogalmazással	Megfogalmazott problémát tevékenységgel, megjelenítéssel, átfogalmazással értelmez, az értelmezett problémát megoldja.	

Tevékenységgel, megjelenítéssel értelmezett probléma megoldása.			
A kapott megoldás visszahelyezése a szituációba, a megoldás értelmezése Ellenőrzés: a kapott megoldás megfelel-e a megadott feltételeknek Többféle megoldási mód keresése, a különböző megoldási módok értékelése.		Megoldását értelmezi, ellenőrzi.	
Többlépéses cselekvéssor, művelet sor elvégzése visszafelé is.		A problémamegoldás során a sorrendben végzett tevékenységeket szükség szerint visszafelé is elvégzi.	
Egyszerű következtetési szöveges feladatok megoldása, például: tevékenységgel, ábrarajzolással, szakaszos ábrázolással. Visszafelé gondolkodással következtetési feladatok megoldása.		Tevékenység, ábrarajzolás segítségével megold egyszerű, következtetési szöveges feladatokat.	
Egyszerű gondolkodtató, logikai feladatok megoldásának keresése Egy- és többszemélyes logikai játékban egy-két lépéssel előre tervezés		Egy- és többszemélyes logikai játékban döntéseit mérlegelve előre gondolkodik.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	nincs új fogalom		
Javasolt tevékenységek	– A gyerekek hétköznapi életével kapcsolatos információk gyűjtése csoportokban, például menetrend, nyitvatartási idő, belépődíjak, árak, étteremben étlap, boltban árak – Adatok felhasználása csoportmunkában, például plakát tervezéséhez; képzelte interjú lejátsszásához – Kirándulás, kulturális program (múzeum-, színházlátogatás) tervezése: útiterv, költségek, időbeosztás, ismertető		

	– Problémák lejátszása szerepjátékként, bábokkal, absztrakt eszközökkel (korong, pálcika, kupakok, színes rudak), például „fejek-lábak” feladat, „megevett gombócok” feladat – Logikai rejtvények, történetek – „Gondoltam egy számot” – Nim játékok – Egyszerűbb táblás logikai, stratégiai játékok; kártyajátékok – Logikai rejtvények egyszerűbb feladványai, például: sudoku-variációk, Gokigen Naname (Labirintusépítés), Kakuro (Számkeresztrejtvény), Hashiwokakero (Hídépítés), Grafilogika
--	--

5. témakör	Szöveges feladatok megoldása	Órakeret 8 óra (a tanév folyamán elosztva)
-------------------	-------------------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Hétköznapi felmerülő matematikai tartalmú problémákkal kapcsolatos szöveges feladatok értelmezése, megoldása (például: bajnokság, időbeosztás, vásárlás, sütés-főzés) Szöveges feladatok alkotása hétköznapi szituációkra, adott matematikai modellhez, számfeladathoz	Értelmezi, elképzei, megjeleníti a szöveges feladatban megfogalmazott hétköznapi szituációt. Szöveges feladatokban megfogalmazott hétköznapi problémát megold matematikai ismeretei segítségével.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> az olvasott szöveg megértése, adatok keresése, információk kiemelése.
Szöveges feladatok olvasása, értelmezése, eljátszása, megjelenítése kirakásokkal, rajzokkal önállóan A hallott, olvasott matematikai tartalmú szöveg önálló értelmezése	Önállóan értelmezi a hallott, olvasott matematikai tartalmú szöveget.	<i>Vizuális kultúra:</i> információk képi megjelenítése.

Adatok gyűjtése, lényeges adatok kiemelése Adatok különböző típusainak megkülönböztetése, például: felesleges, hiányos	Megkülönbözteti az ismert és a keresendő (ismeretlen) adatokat. Megkülönbözteti a lényeges és a lényegtelen adatokat.	Testnevelés és sport: sporteredmények, mint adatok.
Adatok és azok kapcsolatainak megjelenítése valamilyen szimbolikus rajz, matematikai modell segítségével, például művelet, táblázat, szakaszos ábra, nyíldiagram, halmazábra, sorozat Ismeretlen adatok meghatározása a modellen belül	Az értelmezett szöveges feladathoz hozzákapcsol jól megismert matematikai modellt. A megválasztott modellen belül meghatározza a keresett adatokat.	
Egy-, kétlépéses alpműveletekkel leírható szöveges feladatok megoldása Fordított szövegezésű feladatok értelmezése, megoldása	A modellen kapott megoldást értelmezi az eredeti problémára; arra vonatkoztatva ellenőrzi a megoldást.	
Megoldás értelmezése az eredeti problémára, ellenőrzés	A modellen kapott megoldást értelmezi az eredeti problémára; arra vonatkoztatva ellenőrzi a megoldást.	
Kérdés értelmezése, keresendő adatok azonosítása Nyelvileg és matematikailag helyes válasz megfogalmazása	Választ fogalmaz meg a felvetett kérdésre. Nyelvi szempontból megfelelő választ ad a feladatokban megjelenő kérdésekre.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> fogalmazás, mondatalkotás
Kulcsfogalmak/ fogalmak	felesleges adat	
Javasolt tevékenységek	– Beszélgetés, történetmesélés eseményképekről, ábrákról szabadon és egy-egy részletre fókuszálva is – Hétköznapi helyzetekből matematikai tartalmú állítások megfogalmazása – Szétvágott szöveg egyes darabjainak értelmezése külön-külön, a darabok összerakása és értelmezése – „Mondd ugyanazt kicsit másképp, kicsit egyszerűbben”: szöveg átfogalmazása (egyre egyszerűbb alakra) láncban – „Mi változott?” játék mondatokkal: változtatunk egy szót, toldalékot vagy a szavak sorrendjét; „Változott-e a szöveg értelme?” – „Egynyelvű szótár” játék: szómagyarázat, esetleg a letakart (nem értett) szó jelentésének kitalálása a szöveggörnyezetből – Szöveges feladatban leírt szituáció kirakása különböző eszközökkel, színes rudakkal	

	– Többféle modell közül a megfelelők kiválasztása adott szöveges feladathoz – „Feladatküldés” szöveges feladatokkal: csoportonként adott helyzethez, képhez, modellhez szöveges feladat alkotása; a feladat továbbadása másik csoportnak, ami visszaküldi a megoldást; a feladatírók ellenőrzik.
--	---

6. témakör	Szám és valóság kapcsolata	Órakeret 4 óra (a tanév folyamán elosztva)
------------	----------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Természetes szám darabszám, mérőszám és értékmérő tartalommal 10 000-es számkörben. A természetes számok körében a kisebb, nagyobb, egyenlő kifejezések helyes használata.	Összehasonlítja véges halmazokat az elemek száma szerint Használja a kisebb, nagyobb, egyenlő kifejezéseket a természetes számok körében	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szókincsfejlesztés
Számkörbővítések során valóságos tapasztalatszerzés a nagyobb számokról konkrét számlálással, egyénileg és csoportosan végzett tevékenységekkel (például: 415 kukoricaszem, 120 pálcika/gyerek, 4512 db papír zsebkendő 100-as csomagolású papír zsebkendő segítségével kirakva) Tapasztalatszerzés nagy számok mérőszámként való megjelenéséről a valóságban (például: 4512 cm, 4512 mm, 4512 g, 4512 másodperc)	Helyesen érti és alkalmazza a feladatokban a „valamennyivel” több, kevesebb fogalmakat.	

Mennyiségek (hosszúság, tömeg, terület, űrtartalom, idő, pénz) összehasonlítása mérőszámaik alapján, kisebb, nagyobb, ugyanakkora relációk felismerése, megnevezése 10 000-es számkörben	Ismeri két halmaz elemeinek kölcsönösen egyértelmű megfeleltetését (párosítását) az elemszámok szerinti összehasonlításra; Érti és helyesen használja a több, kevesebb, ugyanannyi relációkat halmazok elemszámával kapcsolatban, valamint a kisebb, nagyobb, ugyanakkora relációkat a megismert mennyiségekkel (hosszúság, tömeg, űrtartalom, idő, terület, pénz) kapcsolatban.	
Mennyiségekre vonatkozó feladatokban a több, kevesebb, ugyanannyi fogalmak helyes használata 1000-es számkörben	Helyesen alkalmazza a feladatokban a több, kevesebb, ugyanannyi fogalmakat 10 000-es számkörben;	
A mennyiségi viszonyokat kifejező szavak, nyelvtani szerkezetek helyes használata	Helyesen használja a mennyiségi viszonyokat kifejező szavakat, nyelvtani szerkezeteket.	Magyar nyelv és irodalom: szókincsfejlesztés
A mennyiségi viszonyokat kifejező szimbólumok helyes használata szóban és írásban	Megfelelő szókincset és jeleket használ mennyiségi viszonyok kifejezésére szóban és írásban.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Nincs új fogalom.	
Javasolt tevékenységek	– Alakzatok rajzolása milliméterpapíron a vonalak mentén; „Hány kis négyzetből áll a bekerített rész?” – Különböző számok kivágása négyzethálós füzetből és milliméterpapírból is, például 347 az 3 db 10×10-es négyzet, 4 db 10-es csík és 1 db 7-es csík (fektetve) – Mérések különféle mértékegységekben, a mérés pontosságának korlátai, szükséges mértékegységek értő megválasztása, például „Mit mivel és miben mérjük?”; iskolás gyerekek tömegét grammban mérni felesleges; füzet hosszát érdemes lehet milliméterben megadni, de egy futópálya hosszát nem.	

7. témakör	Számlálás, becslés	Órakeret 5 óra (a tanév folyamán elosztva)
-------------------	---------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Számlálások egyesével, kerek tízesekkel, százasokkal, ezresekkel oda-vissza 10 000-es számkörben eszközökkel (például: hétköznapi tárgyak, abakusz, pénz) és eszközök nélkül	Megszámlál és leszámlál; adott (alkalmilag választott vagy szabványos) egységgel meg- és kimér a 10 000-es számkörben; oda-vissza számlál kerek tízesekkel, százasokkal.	<i>Német nyelv és irodalom:</i> számok 1000-ig
Tapasztalatszerzés darabszámok, mennyiségek becslésével kapcsolatban 10 000-es számkörben Becslés szerepének, korlátainak tudatosítása Becslési módszerek ismerete, közelítő számítás, kerekítés, közelítés pontosítása, becslés finomítása, újrabecslés valóságos dolgokkal, mennyiségekkel gyakorlati helyzetekben (például vásárlás), számítások ellenőrzései Becslések értékelése	Ismeri a következő becslési módszereket: közelítő számlálás, közelítő mérés, mérés az egység többszörösével; becslését finomítja újrabecsléssel.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Nincs új fogalom.	
Javasolt tevékenységek	– Nagy számok előfordulása mérőszámként: „Hány darab 5 forintos szükséges egymás mellé rakva, egymásra rakva például 1 méterhez, 10 méterhez; 1 kg-hoz, 10 kg-hoz”; „1000 db, 10 000 db 5 forintos milyen hosszú egymás mellé rakva, milyen magas egymásra rakva, milyen nehéz, miben lehetne tárolni, mennyi idő alatt lehetne leszámlálni ennyi darabot?”; „Mire elég 1000, 10 000 másodperc? Mire elég 1000, 10 000 perc?”	

	– Abakuszon, szorobánon számlálás
--	-----------------------------------

8. témakör	Számok rendezése	Órakeret 5 óra (a tanév folyamán elosztva)
-------------------	-------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Számok nagyság szerinti összehasonlítása művelettel megadott alakokban is: melyik nagyobb, mennyivel nagyobb, (körülbelül) hányszor akkora, hányada	Nagyság szerint sorba rendez számokat, mennyiségeket.	<i>Testnevelés és sport:</i> sorban állás különböző szempontok szerint.
Mennyiségi viszonyok jelölése nyíllal vagy a $<$, $>$, $=$ jelekkel.		
Számegyenes rajzolása a számok helyének jelölésével 10 000-es számkörben Leolvasások a számegyenesről; számok, műveletes alakban megadott számok (például: $300-160$, $40 \cdot 20$) helyének megkeresése a számegyenesen 10 000-es számkörben Számok, mennyiségek nagyság szerinti sorba rendezése, helyük megtalálása a számegyenesen Számok helyének azonosítása különböző tartományú és léptékű számtáblákon, például: 300-tól 400-ig egyesével; 1200-tól 2850-ig tízesével	Megtalálja a számok helyét, közelítő helyét egyszerű számegyenesen, számtáblázatokban, a számegyenesnek ugyanahhoz a pontjához rendeli a számokat különféle alakjukban a 10 000-es számkörben; Megadja és azonosítja számok sokféle műveletes alakját;	

Számegyenes irányának, egységének megadása két szám kijelölésével		
Számok egyes, tízes, százaz, ezres szomszédainak ismerete 10 000-es számkörben Számok tízesekre, százazokra, ezresekre kerekítése 10 000-es számkörben	Megnevezi a 10 000-es számkör számainak egyes, tízes, százaz, ezres szomszédjait, tízesekre, százazokra, ezresekre kerekített értékét.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Százaz számszomszéd, ezres számszomszéd, kerekítés	
Javasolt tevékenységek	– „Kukás” játék három vagy négy dobókocka segítségével alkotott számokkal – Különféle módon megadott számok (például építőjáték-elemekkel, abakusszal, pénzzel) rendezése növekvő vagy csökkenő sorba – „Mi változott?” játék madzagra csipeszelt számokkal – Számok pontos helyének megtalálása egyre kisebb léptékű számegyenesek segítségével – Számegyenes léptékének meghatározása olyan számegyenesen, ahol ismert két szám, valamint a köztük lévő egységek száma	

9. témakör	Számok tulajdonságai	Órakeret 9 óra (a tanév folyamán elosztva)
-------------------	-----------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
---	----------------------------	----------------------------

Számok kifejezése művelettel megadott alakokkal		
Pároság és páratlanság fogalmának értelmezése párosítással és két egyenlő részre osztással a 10 000-es számkörben		<i>Testnevelés és sport:</i> párok, csoportok alakítása.
Hármasával, négyesével, ötösével... és 3, 4, 5... egyenlő darabszámú csoportból kirakható számok megfigyelése és gyűjtése különféle eszközökkel végzett csoportosítások, építések, megfigyelések során		
Háromszögszámok, négyzetszámok gyűjtése különféle eszközökkel végzett alkotások során		
Számok jellemzése más számokhoz való viszonyukkal, például: adott számnál nagyobb, kisebb valamennyivel, adott számnak a többszöröse Számok formai tulajdonságainak megfigyelése: számjegyek száma, számjegyek egymáshoz való viszonya, számjegyeinek összege Számok tartalmi, formai jellemzése, egymáshoz való viszonyuk kifejezése kitalálós játékokban	Számokat jellemez tartalmi és formai tulajdonságokkal. Számot jellemez más számokhoz való viszonyával.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mesékben előforduló számok.
A római számjelek közül az I, V, X jelek, valamint az ezekből képezhető számok írása, olvasása a hétköznapi helyzetekben, például: óra, keltezés, kerületek jelölése	Ismeri a római számjelek közül az I, V, X jeleket, hétköznapi helyzetekben felismeri az ezekkel képzett számokat.	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Három- és négyjegyű számok, római számok
Javasolt tevékenységek	– „Ország, város” játék számtulajdonságokkal – Számtulajdonságokra épülő bűvésztrükkök megismerése, megértése – Háromszögszámok, négyzetszámok kirakása például színes rudakkal, korongokkal, négyzethálón történő bekerítéssel, szöges táblán – „Hoci, nesze” játék – Felcsavart számegegyenes: papírcsík felcsavarása szabályos három-, négyszög alapú hasáb alakú dobozra, majd a hajtások közé a számok felírása egyesével növekedve; annak megfigyelése, hogy mely számok kerültek azonos lapra; képzeletben további számok vizsgálata a felismert szabályosság szerint – Római számokhoz kapcsolódó gyufarejtvények megoldása

10. témakör	Számok helyi értékes alakja	Órakeret 6 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	------------------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Csoportosítások, beváltások tízes számrendszerben különféle eszközökkel 10 000-es számkörben, például előre csomagolt, illetve jól csomagolható tárgyakkal, pénzekkel, abakusszal.		<i>Németnyelv és irodalom, magyar nyelv és irodalom:</i> tapasztalatszerzés a közvetlen és tágabb környezetben, tárgyak megfigyelése, számlálása.

Mérések különböző egységekkel és többszöröseikkel		
Leltárak készítése tízes számrendszerben az elvégzett tevékenységek alapján 10 000-es számkörben	Érti a számok ezresek, századosokból, tízesekből és egyesekből való épülését, ezresek, századosok, tízesek és egyesek összegére való bontását. Érti a számok számjegyeinek helyi, alaki, valódi értékét.	
Számok ezresek, századosok, tízesek és egyesek bontott alakjainak előállítás, felismerése nem csak rendezett alakban eszközzel (például: pénz) és eszköz nélkül	Érti a számok ezresek, századosokból, tízesekből és egyesekből való épülését, ezresek, századosok, tízesek és egyesek összegére való bontását;	
Számok írása, olvasása helyiérték-táblázat alapján A helyi értékek egymáshoz való viszonyának megértése Számok írása, olvasása számrendszeres, azaz helyi értékes alakjukban, 10 000-es számkörben	Helyesen írja és olvassa a számokat a tízes számrendszerben 10 000-ig. Összekapcsolja a tízes számrendszerben a számok épülését a különféle számrendszerekben végzett tevékenységeivel	
Számok számjegyeinek helyi, alaki és valódi értéke tapasztalatok alapján Helyi érték, alaki érték, valódi érték fogalmának ismerete	Érti a számok számjegyeinek helyi, alaki, valódi értékét.	
Számok nagyság szerinti összehasonlítása hallás alapján és leírt jelük alapján 10 000-es számkörben		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Helyi érték, alaki érték, valódi érték, százados, ezres, tízezres, helyiérték-táblázat, tízes számrendszer	

Javasolt tevékenységek	– Apró tárgyak csoportosítása, beváltása, leltározása tojásokkal, tojástartóval a számlálás megkönnyítésére – Apró tárgyak kifizetése legkevesebb érmével (1, 10, 100 és 1000 forintossal), például „Minden babszem 1 forint” – Leltározás alapján helyiérték-táblázat bevezetése – Tevékenységek Dienes-készlettel – Számok megjelenítése abakuszon, szorobánon – „Kukás” játék három vagy négy dobókockával alkotott számokkal – „Ki vagyok én?” játék számokkal, például a tízes helyi értéken 5, az egyes helyi értéken kettővel kisebb, a százask helyén páratlan szám áll; a meghatározások fokozatosan vezessenek a megoldáshoz – Letakart számjegyek esetén számok összehasonlítása – Számok valódi értékének változtatása a számjegyek felcserélésével, a változás irányának és mértékének meghatározása
-------------------------------	---

11. témakör	Mérőeszköz használata, mérési módszerek	Órakeret 10 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	--	---

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Mennyiségek érzékszervi összehasonlítása		
Mennyiségek összemérése		
Mennyiségek becslése, kimérése, megmérése szabványmértékegységek közül a következőkkel: mm, cm, dm, m, km; ml, cl, dl, l; g, dkg, kg	Megbecsül, mér alkalmi és szabványos mértékegységekkel hosszúságot, tömeget, űrtartalmat és időt	<i>Technika, életvitel és gyakorlat: közvetlen környezetünk mérhető tulajdonságai.</i>

	Helyesen használja a hosszúságmérés, az űrtartalom mérés és a tömeg mérés szabványegységei közül a következőket: mm, cm, dm, m, km; ml, cl, dl, l; g, dkg, kg;	
Hétköznapi tapasztalatok szerzése a szabványmértékegységek nagyságáról Szabványos mérőeszközök használata Mérési módszerek alkalmazása	Helyesen alkalmazza a mérési módszereket, használ skálázott mérőeszközöket, helyes képzete van a mértékegységek nagyságáról;	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> mérések a mindennapokban, vonalzó használata.
Időbeli tájékozódás, időbeli periódusok közti tájékozódás; időbeli relációt tartalmazó szavak értő használata Időpontok leolvasása különféle órákról, időtartamok meghatározása Időbeli tájékozódás, időbeli periódusok kapcsolatai; időbeli relációt tartalmazó szavak értelmezése Időpontok és időtartamok közötti összefüggés megértése	Ismeri az időmérés szabványegységeit: az órát, a percet, a másodpercet, a napot, a hetet, a hónapot, az évet;	<i>Testnevelés és sport; énekzene:</i> időtartam mérése egységes tempójú mozgással, hanggal, szabványegységekkel
Különböző hazai és külföldi pénzek címleteinek megismerése 10 000-es számkörben Nagyobb pénzek címleteinek felváltása, kisebb pénzek beváltása hazai és külföldi pénzegységekkel egyaránt	Ismer hazai és külföldi pénzcímleteket 10 000-es számkörben; Alkalmazza a felváltást és beváltást különböző pénzcímletek között;	
Összefüggések megtapasztalása a mennyiségek nagysága, az egység nagysága és a mérőszámok között	Összeveti azonos egységgel mért mennyiség és mérőszáma nagyságát, összeveti ugyanannak a	<i>Testnevelés és sport; énekzene:</i> időtartam mérése egységes tempójú mozgással,

	mennyiségnek a különböző egységekkel való mérésekor kapott mérőszámait;	hanggal, szabványegységekkel.
Mértékváltás eszköz segítségével		
Takarékosság fontosságának megértése elvégzett mérésekre alapozva (például: csöpögő csapból elpazarolt vízmennyiség; műanyag flakon térfoglalása a szelektív kukában eredeti méretben és összenyomva)		
Síkbeli alakzatok kerületének becslése, mérése alkalmi és szabványegységekkel különféle eszközök segítségével (például: fonal, négyzetrács, vonalzó)	Megméri különböző sokszögek kerületét különböző egységekkel;	
Síkbeli alakzatok területének becslése, mérése különféle alkalmi egységekkel való lefedéssel vagy darabolással (például: körlapokkal, mozaiklapokkal, négyzetlapokkal)	Területet mér különböző egységekkel lefedéssel vagy darabolással;	
A terület és kerület szavak értő használata	Ismer a terület és kerület méréseire irányuló tevékenységeket.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Kerület, km, ml, cl, g, dkg	
Javasolt tevékenységek	– Osztályterem kicsinyített makettjének elkészítése – Teli bevásárlószatyor tömegének becslése, mérése, kiszámolása – Süteménykészítés recept alapján, a hozzávalók kimérése – Iskolai vagy osztályelőadás időbeosztásának elkészítése	

	– Kerület mérése, például az alakzat madzaggal való körbemérésével, az alakzat görgetésével félegyenesen – Szabálytalan és szabályos alakzatok lefedése például körlapokkal, mozaiklapokkal, négyzetlapokkal; lefedés után annak vizsgálata, hogy melyik fedi legpontosabban az alakzatot – Tenyér körberajzolása négyzethálón, a tenyér nagyságának becslése kis négyzetekben; kis négyzetek számlálása; a tenyér méretének meghatározása négyzetcentiméterben – Területfoglaló játékban a megszerzett területek „okos” számlálása – „Lefedő” játék: 10×10-es négyzetben felváltva téglalapokat fed le két játékos színes rudakkal; 2 kockával dobnak; a dobott számok szorzata a lefedhető téglalap négyzeteinek száma; a téglalapot tetszőlegesen lehet lefedni úgy, hogy még beleférjen a nagy négyzetbe, és illeszkedjen vagy egy korábbi téglalap oldalához, vagy a nagy négyzet oldalához
--	--

12. témakör	Alapműveletek értelmezése	Órakeret 3 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	----------------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Összeadás és kivonás értelmezései és kapcsolatuk 10 000-es számkörben Szorzás és osztás értelmezései és kapcsolatuk a 10 000-es számkörben	Helyesen értelmezi a 10 000-es számkörben az összeadást, a kivonást, a szorzást, a bennfoglaló és az egyenlő részekre osztást; Helyesen használja a műveletek jeleit	
Maradékos osztásra vezető tevékenységek végzése, feladatok megoldása		<i>Erkölcstan:</i> igazságosság, elosztás

Műveletről szöveges feladat, ábra készítése; műveletek eljátszása, lerajzolása, szöveggel értelmezése	Értelmezi a műveleteket megjelenítéssel, modellezéssel, szöveges feladattal Szöveget, ábrát alkot matematikai jelekhez, műveletekhez. Hozzákapcsolja a megfelelő műveletet adott helyzethez, történéshez, egyszerű szöveges feladathoz	<i>Vizuális kultúra:</i> információk képi megjelenítése.
Szöveges feladatokban a különböző kifejezésekkel megfogalmazott műveletek megértése	Szöveges feladatokban a különböző kifejezésekkel megfogalmazott műveleteket megérti;	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a hallott, olvasott szöveg megértése, adatok keresése, információuk kiemelése.
A műveletekben szereplő számok megnevezésének ismerete, megértése: tényezők, szorzat, osztandó, osztó, hányados, maradék	Megérti a következő kifejezéseket: tagok, összeg, kisebbítendő, kivonandó, különbség, tényezők, szorzandó, szorzó, szorzat, osztandó, osztó, hányados, maradék;	
Zárójel használata konkrét esetekben megfogalmazott problémák leírásához, megoldásához	Szöveghez, valós helyzethez kapcsolva zárójelet tartalmazó műveletsort értelmez, elvégez	<i>Vizuális kultúra:</i> információk képi megjelenítése.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Tag, tényező, szorzat, osztandó, osztó, hányados, maradék, maradékos osztás, zárójel	
Javasolt tevékenységek	– Maradékos osztás lejátszása pénzekkel, részekre osztással – Adott kirakáshoz, ábrához többféle művelet keresése, leírása – Adott kirakás, ábra tagolása, majd a tagolás alapján zárójelet tartalmazó műveletsorok felírása, például szöges táblán kifeszített 8×7-es terület tagolása szívószállal, négyzethálón körülkerített 12×36-os terület tagolása vonalzóval húzott egyenesekkel	

	– Összetett szöveges feladatok leírása egy műveletsorral; több műveletsor közül az adott szöveges feladathoz illő modell kiválasztása; műveletsorhoz szöveges feladat fogalmazása „feladatküldéssel”
--	--

13. témakör	Alapműveletek tulajdonságai	Órakeret 4 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	------------------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Műveleti tulajdonságok megfigyelése tapasztalások során: tagok, tényezők felcserélhetősége, csoportosíthatósága; összeg, különbség szorzása, szorzat széttagolása	Alkalmazza a műveletekben szereplő számok (kisebbitendő, kivonandó és különbség; tagok és összeg; tényezők és szorzat; osztandó, osztó és hányados) változtatásának következményeit.	
Műveleti tulajdonságok alkalmazása számolási eljárásokban, szöveges feladatokban, ellenőrzésnél		<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szókincsfejlesztés, helyes szóhasználat.
Hiányos művelet és műveletsorok megoldása az eredmény ismeretében a művelet megfordításával is 10 000-ig	Megold hiányos műveletet, műveletsort az eredmény ismeretében, a műveletek megfordításával is	
Műveletekben szereplő számok változtatása közben az eredmény változásának megfigyelése; a tapasztalatok alkalmazása számolásnál		

Műveletek közötti kapcsolatok megfigyelése; alkalmazása ellenőrzéshez és a számolási módok egyszerűsítésére	Számolásaiban felhasználja a műveletek közti kapcsolatokat, számolásai során alkalmazza konkrét esetekben a legfontosabb műveleti tulajdonságokat;	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	nincs új fogalom	
Javasolt tevékenységek	– „Babos” játék számokat képviselő papírlapokkal, színes rudakkal – Számépítések, például: célszám megközelítése adott számjegyekkel és műveleti jelekkel – Gondolt számmal való műveletvégzés: ha páros, el kell osztani 2-vel, ha páratlan, akkor meg kell szorozni 3-mal és hozzá kell adni 1-et; a műveletsort addig kell ismételni, amíg a végére nem érünk	

14. témakör	Szóbeli számolási eljárások	Órakeret 6 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	------------------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Számolási eljárások a műveletek értelmezései alapján 10 000-es számkörben. Számolási eljárások szám- és műveleti tulajdonságok felhasználásával 10 000-es számkörben.	Alkalmazza a számolást könnyítő eljárásokat.	
A 100-as számkörben tanult számolási eljárások gyakorlása és analógiák alapján történő kiterjesztése a 10		<i>Ének-zene:</i> ritmus, taps.

000-es számkörre kerek tízesekkel és kerek százasokkal való számolás során			
A 10-zel, 100-zal, 1000-rel való szorzás, osztás és a helyiérték-táblázatban való jobbra, illetve balra tolódás kapcsolatának megértése		Érti a 10-zel, 100-zal, 1000-rel való szorzás, osztás kapcsolatát a helyiérték-táblázatban való jobbra, illetve balra tolódással, fejben pontosan számol 10 000-es számkörben a számok 10-zel, 100-zal, 1000-rel történő szorzásakor és maradék nélküli osztásakor;	
Műveletek eredményének észszerű becslése, a becslés során kapott eredmény értékelése, alkalmazása		Elvégzi a feladathoz szükséges észszerű becslést, mérlegeli a becslés során kapott eredményt;	
Hétköznapi helyzetekben alkalmazható észszerű becslés megválasztása, a becslés pontosságának ellenőrzése			
Teljes négyjegyűek összegének, különbségének százasokra kerekített értékekkel való becslése		Teljes négyjegyűek összegét, különbségét százasokra kerekített értékekkel megbecsüli	
Teljes kétjegyűek két- és egyjegyűvel való szorzatának becslése		Teljes kétjegyűek két- és egyjegyűvel való szorzatát megbecsüli.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	nincs új fogalom		
Javasolt tevékenységek	– Adott pénzösszeg kirakása valódi pénzekkel; a kirakás érméinek leltározása táblázatban; minden pénzérmének a tízszeres értékű pénzre cserélése, majd leltározása táblázatban; a balra tolódás és a vagyontízszereződésének megfigyelése – Teljes három- vagy négyjegyű számok közelítő értékének helyettesítése színes rudakkal; az eredeti számok összegének és különbségének becslése színes rudak segítségével – Bevagdalt, hajtogatható kartonlappal az összeg közelítése az egyes helyi értékek fokozatos felfedésével		

	– Szorzat kiszámítása az egyik tényező felezésével, a másik tényező kétszerezésével
--	---

15. témakör	Fejben számolás	Órakeret 7 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Fejben számolás egyes lépéseinek megértése, begyakorlása eszközökkel; az eszközök szükség szerinti használata feladatok során		
Teljes kétjegyűek összeadása, kivonása	Fejben pontosan összead és kivon a 100-as számkörben	
A kisegyszeregy, annak megfelelő bennfoglalások és egyenlő részekre osztások emlékeztetőből való ismerete	Emlékeztetőből tudja a kisegyszeregy és a megfelelő bennfoglalások, egyenlő részekre osztások eseteit a számok tízszereséig Érti a szorzó- és bennfoglaló táblák kapcsolatát	
Fejszámolás gyakorlása 100-as számkörben Fejszámolás a 100-as számkörben egyjegyűvel való szorzás és maradék nélküli osztás során, például: szorzótáblák;	Fejben pontosan számol a 100-as számkörben egyjegyűvel való szorzás és maradék nélküli osztás során Fejben pontosan számol 10 000-es számkörben a 100-as számkörben végzett műveletekkel analóg esetekben.	

Fejlesztés 10 000-es számkörben kerek tízesekkel, százassal, ezresekkel a 100-as számkörben végzett műveletekkel analóg esetekben,		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Kerek század, kerek ezer	
Javasolt tevékenységek	– „Céltáblára” lövések, például 6 lövés összegével 100-at kell elérni; a 37-esre kell „dobni” annyiszor, hogy az eredmény 400 és 700 között legyen – „Számalkotó” játék írásbeli műveletekkel: írásbeli műveletekben szereplő számjegyek sorsolása dobókockával; a dobott értékek tetszőleges helyi értékre írhatók; az nyer, aki a legnagyobb, legkisebb vagy adott célszámhoz legközelebbi eredményt tudja kiszámolni a felírt számaiból – Tanulók által készített játékok a számolás gyakorlásához – „Darts” játék során a pontok számolása, kiszámlálás lehetősége	

16. témakör	Írásbeli összeadás és kivonás	Órakeret 6 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	--------------------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Az írásbeli műveleti eljárások alapozása, megértése a számrendszeres gondolkodás továbbépítésével és különféle eszközökkel	Helyesen végzi el az írásbeli összeadást, kivonást.	

Az írásbeli összeadás algoritmusának fokozatos megismerése: továbbvitel az egyes, a tízes, a százaskénti értéken		
Hiányos összeadások gyakorlása az írásbeli kivonás előkészítésére		
Az írásbeli kivonás algoritmusának megismerése pótlással, elvétellel a különbség változása alapján A kivonás pótlásos eljárásának begyakorlása		
Az írásbeli összeadás és kivonás eredményének becslése célszerűen kerekített értékekkel; az eredmény összevetése a becsléssel; szükség esetén ellenőrzés az ellentétes művelettel		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Írásbeli művelet, hiányos összeadás, pótlás	
Javasolt tevékenységek	– Nyugták, blokkok gyűjtése, ellenőrzése („Jól számolt-e a gép?”) – Összeadás, kivonás elvégzése abakusszal, szorobánnal – Írásbeli összeadás lejátszása „Tökéletes pénztárgéppel”: a gép a tíz egyforma címletű pénzt kiveszi, és a következő fiókba beletesz egy tízszer akkora címletűt, majd kiírja a fiók tartalmát – „Betűrejtvények” írásbeli számoláshoz: betűkkel helyettesített számjegyek kitalálása írásbeli összeadás szabályainak segítségével, például $RÉT + RÉT = KERT$ – „Számalkotó” játék írásbeli műveletekkel: írásbeli műveletekben szereplő számjegyek sorsolása dobókockával; a dobott értékek tetszőleges helyi értékre írhatók; az nyer, aki a legnagyobb, legkisebb vagy adott célszámhoz legközelebbi eredményt tudja kiszámolni a felírt számaiból	

17. témakör	Írásbeli szorzás és osztás	Órakeret 6 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	-----------------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Több egyenlő tag írásbeli összeadása		
Az írásbeli szorzás algoritmusának begyakorlása egyjegyű szorzóval Írásbeli szorzás kerek tízesekkel Írásbeli szorzás teljes kétjegyűekkel két lépésben Írásbeli osztás szemléltetése pénzekkel, részekre osztással Írásbeli osztás egyjegyű osztóval, visszaszorzással, kivonással	Helyesen végzi el az írásbeli szorzást egy- és kétjegyű szorzóval, az írásbeli osztást egyjegyű osztóval;	
Többféle módon való becslés és ellenőrzés megismerése a szorzat, hányados nagyságrendjének meghatározásához, a számolás ellenőrzéséhez	Elvégzi a feladathoz szükséges észszerű becslést, mérlegeli a becslés során kapott eredményt Megoldását értelmezi, ellenőrzi.	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Visszaszorzás
Javasolt tevékenységek	– Hiányos írásbeli szorzásban, osztásban a hiányzó számjegyek megtalálása – Írásbeli műveletekben szereplő számjegyek sorsolása dobókockával; a dobott értékek tetszőleges helyi értékre írhatók; az nyer, aki a legnagyobb, legkisebb vagy adott célszámhoz legközelebbi eredményt tudja kiszámolni a felírt számaiból – Érdekes számolások, például a 37 szorzása egyjegyű számokkal; kedvenc egyjegyű szám szorzása 777-tel, majd 143-mal; 2520 osztása egyjegyű számokkal

18. témakör	Tötrészek	Órakeret 5 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Az egész egyenlő részekre osztása, az egységtörtek értelmezése, megnevezése (például: 1 ketted) különféle mennyiségeken (hosszúság, tömeg, űrtartalom, terület) különféle tevékenységekkel (például: méréssel, papírhajtogatással, színezéssel) Az egységtörtek többszöröseinek előállítás, értelmezése, megnevezése (például: 2 harmad) különféle mennyiségeken különféle tevékenységekkel, többféle egységválasztással	Tevékenységekkel megjelenít egységtörteket és azok többszörőseit különféle mennyiségek és többféle egységválasztás esetén;	

Egészek és törtrészek kirakása, megjelenítése más törtrészekkel	A kirakást, a mérést és a rajzot mint modellt használja a törtrészek összehasonlítására.	
Törtrészekkel ábrázolt törtek nagyság		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Egész, törtrész, egységtört	
Javasolt tevékenységek	– „Lépj hozzám!” játékos feladat – 1 ketted, 1 negyed, 1 nyolcad előállítása felezésekkel papírhajtogatással – 1 harmad, 1 hatod, 1 tizenketted előállítása papírcsík hajtogatásával – Törtrészek kirakása színes rudakkal az egész változtatásával is – Törtrészek kirakása mozaiklapokkal (szabályos hatszög, trapéz, rombusz, háromszög) – Alkotás törtrészeknek megfelelően, például „Alkoss úgy valamit, hogy a 2 harmad része sárga legyen!” – „Pizzarendelős” feladat: 2 különböző színű papírtányért sugara mentén bevágva összecsisztatunk; az egyik tányéron beosztások vannak (például 12 egyenlő részre van osztva), így adott törtrészeket tudunk ábrázolni; különböző beosztású tányérokra csak bizonyos törteket lehet „kiforgatni”, például 1 negyedet kezdetben a 4-es, majd a 8-as, a 12-es beosztású tányéron tudják kiforgatni, viszont a 10-esen nem – Memóriajáték különféle képpen ábrázolt törtrészekkel	

19. témakör	Negatív számok	Órakeret 3 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	-----------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
---	----------------------------	----------------------------

Az „előtt” és „után” térbeli és időbeli értelmezése		
Tapasztalatszerzés irányított mennyiségekről a térben (például: emeletek, tengerszinthez viszonyított magassági szintek); az „alatta” és „felette” értelmezése a síkon és a térben Hőmérséklet mérése, hőmérő leolvasása (levegő, folyadék) Hőmérőmodell használata Tapasztalatszerzés a vagyon, készpénz és adósság kapcsolatairól kirakásokkal, rajzos feladatokkal és diagramon való ábrázolással	A negatív egész számokat irányított mennyiségként (hőmérséklet, tengerszint alatti magasság, idő) és hiányként (adósság) értelmezi;	
A negatív szám megjelenítése különböző tevékenységek során		
Konkrét helyzetben a mennyiségek összehasonlítása, döntés a mennyiségek növekedéséről, csökkenéséről, megmaradásáról	Nagyság szerint összehasonlítja a természetes számokat és a negatív egész számokat a használt modellen belül.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Pozitív, negatív	
Javasolt tevékenységek	– Saját idővonal készítése: születésem vagy iskoláskorom előtt, után történt események, például szüleim születése, házassága, testvéreim születése, óvodáskor, iskoláskor – Világtérképről tengerszinthez mért magasságok és mélységek leolvasása – Fagypont alatti hőmérsékletek mérése, például télen, hűtőszekrényben, fagylalt, jégkocka segítségével	

	– „Időjárás-jelentős” játék: a bemondó ismerteti a hőmérséklet változásait szóban vagy diagram alapján; a nézők saját hőmérőmodelljükön jelenítik meg a pillanatnyi hőmérsékletet – „Gazdálkodj okosan” játék rövidített változatban készpénzzel és adósságcédulákkal: a játékosok kölcsönt vehetnek fel a vásárláshoz, ekkor ugyanannyi készpénzt és adósságcédulát kapnak
--	--

20. témakör	Alkotás térben és síkon	Órakeret 6 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	--------------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Építések térbeli építőelemekből, testekből, lapokból, testhálókából, élvázépítőkből szabadon, másolással, megadott feltétel szerint Építések és alkotások, alaprajzok, nézetek, hálók alapján egyszerűbb esetekben Egyszerű testek alaprajzának, nézeteinek, hálójának azonosítása és annak ellenőrzése megalkotással	Szabadon épít, kirak formát, mintát adott testekből, síklapokból; Testeket épít élekből, lapokból; elkészíti a testek élvázát, hálóját; testeket épít képek, alaprajzok alapján; elkészíti egyszerű testek alaprajzát; Minta alapján létrehoz térbeli, síkbeli alkotásokat	
Különböző téglatestek alkotása adott feltételek szerint	Alkotásában követi az adott feltételeket;	
Síkbeli alkotások szabadon, másolással, megadott feltétel szerint: kirakások mozaiklapokkal, nyírás, tépés,	Síkídomokat hoz létre különféle eszközök segítségével	

hajtogatás, alakzatok határvonalainak elkészítése pálcákból, szívószálból vagy gumival kifeszítve, rajzolás (szabad kézzel, vonalzóval, alaklemezzel, körzővel) Sokszögek előállítása nyírással, hajtogatással, pálcikákkal, gumikarika kifeszítésével, vonalzos rajzolással adott feltételek szerint		
Alaklemez, vonalzó és körző helyes használatának gyakorlása játékos feladatok során	Alaklemezt, vonalzót, körzőt használ alkotáskor	
Sorminták, terülminták kirakása, folytatása, tervezése síkban, térben, a szimmetriák megfigyelése	Sormintát, síkmintát felismer, folytat;	
Szimmetrikus alakzatok létrehozása térben és síkban (például: építéssel, kirakással, nyírással, hajtogatással, festéssel), és a szimmetria meglétének ellenőrzése választott módszerrel (például: tükör, hajtogatás)	Szimmetrikus alakzatokat hoz létre térben, síkban különböző eszközökkel; felismeri a szimmetriát valóságos dolgokon, síkbeli alakzatokon	
Adott feltételeknek megfelelő minél több alakzat, minta előállítása, az összes lehetséges alkotás keresése, az alakzatok megkülönböztetése, jellemző tulajdonságok kiemelése	Megtalálja az összes, több feltételnek megfelelő építményt, síkbeli kirakást megfogalmazza az alkotásai közti különbséget	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Nincs új fogalom.	

Javasolt tevékenységek	– Építés színes rudakból, legóból, építőkockákból, dobozokból nézetek, alaprajzok alapján – „Szobasarok” cipősdobozból, belehelyezett játék megvilágítása 3 irányból; az árnyékok vizsgálata – „Szobasarok” négyzethálós falaira rajzolt árnyékok alapján építés színes rudakból – Feltételek, minták alapján kirakások mozaiklapokból, logikai készlet elemeiből – Rövid ideig látott képről másolat készítése a vizuális memória fejlesztésére – Adott síkidomokból téglatest építése – 3 különböző méretben adott szívószálakból testek fűzése úgy, hogy egy testhez 6 db szívószál használható; az összes különböző test megalkotása – A tanulók körben ülnek; mindenki egy nézőpontból látja a középre helyezett építményt; a szóban kérhető és adható információk alapján mindenki megépíti az építményt, vagy alaprajzot készít hozzá – Geometria feladatok, például tangram, gyufarejtvények – „Lakótelepi panoráma” rejtvény megfejtése színes rudak segítségével
-----------------------------------	---

21. témakör	Alakzatok geometriai tulajdonságai	Órakeret 6 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	---	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Válogatások előállított és gyűjtött testek között szabadon	Megkülönböztet, azonosít egyedi, konkrét látott, hallott, mozgással, tapintással érzékelhető tárgyakat, dolgokat, helyzeteket, jeleket;	<i>Vizuális kultúra;</i> <i>környezetismeret:</i> tárgyak egymáshoz való viszonyának, helyzetének, arányának megfigyelése.

	Személyek, tárgyak, dolgok, szavak, számok közül kiválogatja az adott tulajdonsággal rendelkező összes elemet; Két meghatározott tulajdonság egyszerre történő figyelembevételével szétválogat adott elemeket: tárgyakat, személyeket, szavakat, számokat, alakzatokat	
Halmazokba rendezett testek, síkbeli alakzatok közös tulajdonságainak megfigyelése, halmazok címkézése Testek, síkbeli alakzatok halmazokba rendezése közös tulajdonság alapján Halmazba nem tartozó alakzatok keresése	Megkülönbözteti és szétválogatja szabadon választott vagy meghatározott geometriai tulajdonságok szerint a gyűjtött, megalkotott testeket, síkidomokat; ű Megfigyeli az alakzatok közös tulajdonságát, megfelelő címkéket talál megadott és halmazokba rendezett alakzatokhoz; Megtalálja a közös tulajdonsággal nem rendelkező alakzatokat;	
Testek jellemző tulajdonságainak keresése, megfigyelése, megnevezése: sík vagy görbe felületek, „lyukas”, „tükrös”, „van-e bemélyedése” Sokszöglapokkal határolt egyszerű testek lapjainak, éleinek, csúcsainak megfigyelése	Megnevezi a tevékenységei során előállított, válogatásai során előkerülő alakzatokon megfigyelt tulajdonságokat; Megnevezi a sík és görbült felületeket, az egyenes és görbe vonalakat, szakaszokat tapasztalati ismeretei alapján;	<i>Technika, életvitel és gyakorlat: testek építése.</i>

Válogatások előállított és megadott síkidomok között szabadon	Megnevezi a háromszögeket, négyszögeket, köröket; megkülönböztet tükrösen szimmetrikus és tükrösen nem szimmetrikus síkbeli alakzatokat	<i>Vizuális kultúra:</i> szimmetrikus alakzatok készítése, festése.
Síkbeli alakzatok jellemző tulajdonságainak keresése, megfigyelése, megnevezése: egyenes vagy görbe határvonalak, szakaszok, „lyukasság”, „tükrösség”, „van-e bemélyedése”		
A létrehozott síkbeli és térbeli alkotások, mintázatok jellemzése megfigyelt tulajdonságaikkal		
Egyszerű szögletes testek lapjainak, éleinek, csúcsainak megszámlálása	Megszámlálja az egyszerű szögletes test lapjait;	
Környezetükből gyűjtött testek közül a téglatestek kiválogatása	Megnevezi a téglatest lapjainak alakját, felismeri a téglatesten az egybevágó lapokat, megkülönbözteti a téglatesten az éleket, csúcsokat;	
Téglatest tulajdonságainak megfigyelése tevékenységek során: lapok alakja, egy csúcsból induló élék száma, élék hossza, az élék, lapok egymáshoz való viszonya, test tükörszimmetriája	Megfigyeli a kocka mint speciális téglatest és a négyzet mint speciális téglalap tulajdonságait	
Téglatest egybevágó lapjainak felismerése		
Kocka kiemelése a téglatestek közül élék, lapok alapján		
Előállított vagy megadott sokszögek jellemzése felismert tulajdonságokkal		

Sokszögek oldalainak és csúcsainak megszámlálása, oldalak összemérése hajtogatással, szögek összemérése egymásra illesztéssel		
Derékszög előállítás elfordulással, hajtogatással		
Derékszögnél kisebb, nagyobb szögek előállítása elforduló mozgással; hozzámérés a hajtogatott derékszöghöz		
Téglalap tulajdonságainak megfigyelése: szögek, oldalak, szimmetria Téglalap szögei egyenlőségének megmutatása egymásra hajtogatással Téglalap egyenlő hosszúságú oldalainak keresése hajtogatással Négyzet kiemelése a téglalapok közül oldalai és szimmetriái alapján	Tudja a téglalap oldalainak és csúcsainak számát, összehajtogatással megmutatja a téglalap szögeinek egyenlőségét; Megmutatja a téglalap azonos hosszúságú oldalait és elhelyezkedésüket, megmutatja és megszámlálja a téglalap átlóit és szimmetriatengelyeit Megfigyeli a kocka mint speciális téglatest és a négyzet mint speciális téglalap tulajdonságait	<i>Vizuális kultúra:</i> szimmetrikus alakzatok készítése, festése.
Testek, síkbeli alakzatok jellemzése megfigyelt tulajdonságok alapján	Megnevezi megfigyelt tulajdonságai alapján a téglatestet, kockát, téglalapot, négyzetet Megfigyelt tulajdonságaival jellemzi a létrehozott síkbeli és térbeli alkotást, mintázatot.	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Lap, él, téglatest, kocka, szög, derékszög
Javasolt tevékenységek	– Barkochbázás a teremben lévő tárgyak geometriai tulajdonságai alapján – Egyszerű szögletes testek építése pálcikákból és gyurmagolyókból – Egyszerű szögletes testek élvázának építése szívószálakból – Dobozok szétvágása a test lapjainak és hálójának vizsgálatához – Dobozok lapjainak leragasztása különböző színű papírokkal – „Élőkép” alkotása csoportban, például kocka, téglatest, gúla megjelenítése – „Keveredj! Állj meg! Csoportosulj!” játék, sokszögek megjelenítése – Sokszögek építése szívószálakból – Sokszögek kifeszítése befőttes gumival szöges táblán; a kifeszített alakzatok vizsgálata – „Saját testen jeleníts meg derékszöget!”, például ujjak, kar, láb, mérlegállás – Derékszög hajtogatása szabálytalan alakú papírból – Gyurmából vagy agyagból készült téglatest szeletelése úgy, hogy téglatesteket kapjunk; úgy, hogy ne kapjunk téglatesteket; úgy, hogy kockát is kapjunk; kocka szeletelése úgy, hogy téglatesteket kapjunk – Párhuzamos szélű papírcsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása; annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni ahhoz, hogy téglalapot kapjunk; téglalapból négyzet nyírása, négyzetből téglalap nyírása – A4-es papírból hajtással és tépéssel négyzet készítése; a hulladék részből ismét – négyzet készítése, ennek ismétlése egészen addig, amíg lehetséges

22. témakör	Transzformációk	Órakeret 4 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Szimmetriák, tükörképek megfigyelése a természetes és az épített környezetben térben és síkban Tárgyak, építmények, képek tükörképének megfigyelése térben, síkban tükör segítségével	Szimmetrikus alakzatokat hoz létre térben, síkban különböző eszközökkel; felismeri a szimmetriát valóságos dolgokon, síkbeli alakzatokon. Követi a sormintában vagy a síkmintában lévő szimmetriát	<i>Vizuális kultúra:</i> szimmetrikus alakzatok készítése, festése.
Tükörkép megépítése térben; tükrös és nem tükrös formák létrehozása, a kapott alakzat ellenőrzése tükör segítségével		
Síkbeli alakzatok tükrötengelyeinek keresése tükörrel, hajtogatással		
Tükörkép alkotása különböző eszközökkel síkban; tükrös és nem tükrös alakzatok létrehozása; ellenőrzés tükörrel, másolópapírral	Tapasztalattal rendelkezik mozgással, kirakással a tükörkép előállításáról	
Építmények eltolása, az eltolt kép összehasonlítása a tükörképpel Formák eltolása a síkban; az eltolt alakzat összehasonlítása a tükrözéssel keletkező alakzattal; ellenőrzés másolópapírral	Ellenőrzi a tükrözés, eltolás helyességét tükör vagy másolópapír segítségével	
Testek és síkbeli alakzatok megkülönböztetése, azonosítása alak és méret szerint: a hasonlóság és az egybevágóság fogalmának előkészítése		
Térben, síkban az eredetihez hasonló testek, síkidomok alkotása nagyított vagy kicsinyített elemekkel, hálón való rajzolással	Térben, síkban az eredetihez hasonló testeket, síkidomokat alkot nagyított vagy kicsinyített elemekből; az eredetihez hasonló síkidomokat rajzol hálón.	

Játékok, tevékenységek során alakzatok elforgatott, eltolt, tükrös képeinek felismerése a síkban és a térben	Megépíti, kirakja, megrajzolja hálón, jelölés nélküli lapon sablonnal, másolópapír segítségével alakzat tükröképét, eltolt képét;	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Eltolt kép, mozgatus, elforgatott kép	
Javasolt tevékenységek	– Titkosírás tükrírással, a titkos üzenet megfejtése – Utcák építése színes rudakból: az utca két oldalán lévő házak egymás tükröképei – Kártyákon adott mintát kell megjeleníteni két kocka lapjain lévő ábrák segítségével úgy, hogy a két kockát egy tükrö elé rakjuk; a kockák felső lapjain lévő ábrák és azok tükröképei együtt adják az adott mintát – Minta rajzolása, majd átmásolása zsírpapírra; a zsírpapír átfordítása, eltolása, elforgatása; összehasonlítás az eredeti mintával – Összehajtott, majd szétnyitott lap bal oldalára az egyik játékos tollal pöttyöket rajzol, a másik játékos a másik oldalra grafittal a tükröképét próbálja berajzolni, összehajtják a papírt, a hátulján a grafitpöttyöket erősen megrajzolják tollal, így szétnyitás után a bal oldalon látszik, hogy mennyi a tévedés – Tengelyesen szimmetrikus alakzat kiegészítése – Pálcikákból kirakott alakzat kétszeresére nagyítása – Pontrácsra, négyzetrácsra rajzolt ábra kétszeresére nagyítása, felére kicsinyítése	

23. témakör	Tájékozódás térben és síkon	Órakeret 3 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	------------------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
---	----------------------------	----------------------------

Irányokat, távolságokat jelölő szavak használata térben és síkban	Helyesen használja az irányokat és távolságokat jelölő kifejezéseket térben és síkon	<i>Német nyelv és irodalom:</i> irányok
Irány és állás megfigyelése, követése síkbeli alakzatok és mozgások során Téri tájékozódást segítő játékok, tevékenységek		<i>Testnevelés és sport:</i> térbeli tudatosság, elhelyezkedés a térben, mozgásirány, útvonal, kiterjedés.
Útvonalak bejárása oda-vissza, térbeli viszonyokat kifejező szavak segítségével Útvonal bejárásának irányítása térbeli viszonyokat kifejező szavak segítségével		
Térbeli és síkbeli elhelyezkedést kifejező szavak használata tevékenységekben és játékos szituációkban		
Tájékozódás lakóhelyen, bejárt terepen: bejárt útvonalon visszatalálás adott helyre; adott utca és házszám alapján ház megtalálása	Tájékozódik lakóhelyén, bejárt terepen: bejárt útvonalon visszatalál adott helyre, adott utca és házszám alapján megtalál házat .	<i>Környezetismeret:</i> tájékozódás közvetlen környezetünkben. Égtájak ismeretének gyakorlati alkalmazása.
Egyszerű térképek készítése		
Tájékozódás négyzethálón, térképen	Térképen, négyzethálón megtalál pontot két adat segítségével	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Négyzetháló, térkép
Javasolt tevékenységek	– Robot célhoz irányítása szerepjátékkal: bekötött szemű gyerek irányítása adott célhoz, a célban a kendő levétele után azonos úton visszatalálás a kiindulópontra – Útvonal bejárása síkbeli labirintusokban padlórobot irányításával – „Vonalvezetős” játék irányok és távolságok megadásával, melynek során különböző formák rajzolódnak ki a négyzethálón, például 2 lépés fel, 3 lépés balra... – Kacsaringós utak bejárása, majd lerajzolása négyzethálón; például: 2 lépés, jobbra fordulás, 1 lépés, jobbra fordulás, 3 lépés, jobbra fordulás, folytatva az utat, ismétlés előlről sokszor – Négyzethálóra rajzolt minta alapján a vonalvezetés diktálása társnak – Kincskeresés utasítások alapján – Kincskeresés térkép alapján – „Torpedó” játék – „Telefonos” játék – Térkép készítése tanteremről, iskolaudvarról, útvonalakról – Térképen adott helység keresése páros munkában a térkép keresőhálójának segítségével – „Vándorvezér” játék sakktáblán égtájakkal, például „f4-ről 2 mezőt észak felé lépve hova jutunk?”

24. témakör	Összefüggések, kapcsolatok, szabályszerűségek felismerése	Órakeret 9 óra (A tanév folyamán elosztva)
--------------------	--	---

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
---	----------------------------	----------------------------

Személyek, tárgyak, dolgok, számok, testek, síklapok között megjelenő kapcsolatok megfigyelése, felfedezése, megnevezése	Részt vesz memóriajátékokban különféle tulajdonságok szerinti párok keresésében Megfogalmazza a személyek, tárgyak, dolgok, időpontok, számok, testek, síklapok közötti egyszerű viszonyokat, kapcsolatokat	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> Szókincs fejlesztés, lényegkiemelés
Számpárok, számhármassok közötti kapcsolatok felfedezése, jellemzése	Érti a problémákban szereplő adatok viszonyát	<i>Testnevelés és sport:</i> párok, csoportok alakítása.
Változó helyzetek megfigyelése, a változás jelölése nyíllal		
Tárgyakkal, logikai készletek elemeivel kirakott periodikus sorozatok folytatása	Tárgyakkal, logikai készletek elemeivel kirakott periodikus sorozatokat folytat	
Az évszakok, hónapok, napok elsorolása egymás után tetszőleges kezdőpontból	Felsorolja az évszakokat, hónapokat, napokat, napszakokat egymás után, tetszőleges kezdőponttól is	<i>Német nyelv és irodalom:</i> évszakok, hónapok, napok.
Ismert műveletekkel alkotott sorozat szabályának felismerése Megkezdett sorozat folytatása a felismert szabály szerint mindkét irányba Sorozat szabályának megfogalmazása, egyszerűbb esetben jelekkel is (például: nyíljelöléssel vagy nyitott mondattal)	Összefüggéseket keres sorozatok elemei között Ismert műveletekkel alkotott sorozat, táblázat szabályát felismeri; ismert szabály szerint megkezdett sorozatot, táblázatot helyesen, önállóan folytat	<i>Ének-zene:</i> ismétlődő ritmussorok, dallammotívumok.

Gépjátékok különféle elemekkel (például: tárgyak, számok, alakzatok) Gépjátékhoz szabály alkotása; az egyszerű gép szabályának megfordításával nyert gép szabályának felismerése	Tárgyakkal, számokkal kapcsolatos gépjátékhoz szabályt alkot; felismeri az egyszerű gép megfordításával nyert gép szabályát	
Szabályjátékokban az elempárok, elemhármak megjelenítése táblázatban Szabályjátékok során a felismert kapcsolat alapján további elempárok, elemhármak létrehozása	Felismer kapcsolatot elempárok, elemhármak tagjai között Szabályjátékok során létrehoz a felismert kapcsolat alapján további elempárokat, elemhármakat	
Táblázatokban, gépjátékokban a felismert összefüggések megfogalmazása, egyszerűbb esetekben jelekkel is (például: nyíljelöléssel vagy nyitott mondattal) Sorozatok, szabályjátékok alkotása	Megfogalmazza a felismert összefüggéseket A sorozatban, táblázatban, gépjátékokban felismert összefüggést megfogalmazza saját szavaival, nyíljelöléssel vagy nyitott mondattal.	
Megértett probléma értelmezéséhez, megoldásához sorozat, táblázat, esetleg nyíldiagram alkotása modellként	Megadott szabály szerint sorozatot alkot; megértett probléma értelmezéséhez, megoldásához sorozatot, táblázatot állít elő modellként	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Táblázat, nyitott mondat	
Javasolt tevékenységek	– Logikai lapokból „kígyó” vagy „háló” készítése, a szomszédos elemek között 1-2-3-4 eltérő tulajdonsággal – „Királyos játék” logikai lapokkal – Logikai készlet elemeinek körberakása egy különbséggel – Két elem között további elemek segítségével útvonal építése a szomszédos elemekre vonatkozó feltétel alapján	

	– 3×3-as, 4×4-es táblázatba elemek rendezése feltételek alapján, például legyen közös tulajdonság soronként; lerakott elemek átrendezése; hiányzó elemek pótlása – Úthálózaton való végighaladás: az elágazásokba útjelző táblákat rakunk a logikai készlet elemeinek tulajdonságai szerint; az úthálózatot a gyerekek végigjárják kezükben egy logikai elemmel; a megfelelő helyre kell érkezniük; az úthálózatot lerajzolják ágrajzként, a saját útvonalukat jelölik – „Elvitte a szarka” játék, hiányzó elemek megtalálása – Egyszerű logikai készlet készítése csoportmunkában, például tejfölös poharakból; faágakból; spárgákból – Logikai készlet elemeiből feltételeknek megfelelő összes elem kiválasztása, ágrajz kiegészítése, alkotása – Szendvicsek készítése – összes lehetőség kirakása – Sorba rendezős feladat: sorban mindenki rak egy új lehetőséget, például 2 piros, 2 kék gyöngyöt fűz fel fogpiszkálóra, úgy, hogy számít a sorrend; ha nem tud rakni, passzol, aki jót rakott, kap egy zsetont, aki olyat rak, ami már volt, visszaad egy zsetont; amikor már senki sem tud rakni, közösen megbeszélik, hogy miért nincs több a kirakott elemek rendszerezésével – Geometria alkotáskorán az adott feltételeknek megfelelő alkotáskor gyűjtése, rendszerezési szempontok keresése tanítói segítséggel, például tetromino elemeinek megalkotása; 3×3-as pontrácson különböző háromszögek alkotása
--	---

25. témakör	Adatok megfigyelése	Órakeret 3 óra (A tanév folyamán elosztva)
--------------------	----------------------------	---

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Minőségi és mennyiségi tulajdonsággal kapcsolatos adatok megfigyelése, gyűjtése, rögzítése tanítói segítséggel	Adatokat gyűjt a környezetében	

Adatgyűjtés vásárlással kapcsolatban (például: árak megfigyelése boltokban, nyugtán)		
Mért adatok lejegyzése	Adatokat rögzít későbbi elemzés céljából	
Közös tevékenységek során szerzett adatok alapján egyszerű diagram készítése térben és síkban	Gyűjtött adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol	
Egyszerű diagramról adatok, összefüggések leolvasása	Adatokat gyűjt ki táblázatból, adatokat olvas le diagramról	
Az összes adat együttes jellemzőinek megfigyelése, például egyenlő adatok, legkisebb, legnagyobb kiválasztása	Jellemzi az összességeket	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Adat, diagram	
Javasolt tevékenységek	– Mérések testnevelésórán, például időeredmények, kislabdadobás hossza, távolugrás hossza; eredmények rögzítése; ábrázolása közösen – Piacon több árusnál ugyanazon termék árának összehasonlítása, csoportonként más-más termék árának megfigyelése, lejegyzése – Csoportonként a csoport tagjaira jellemző egyszerű diagramok készítése úgy, hogy a többi csoport nem látja, mi készül; a kirakott vagy rajzolt diagramok alapján a csoport felismerése, azonosítása, például hány fiú, hány lány, hány szemüveges, hány nem szemüveges...	

26. témakör	Valószínűségi gondolkodás	Órakeret 3 óra (a tanév folyamán elosztva)
--------------------	----------------------------------	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Részvétel valószínűségi játékokban; intuitív esélylatolgatás, tippek megfogalmazása	Részt vesz olyan játékokban, kísérletekben, melyekben a véletlen szerepet játszik	
Események megfigyelése valószínűségi kísérletekben Valószínűségi játékok során stratégiák alakítása, kipróbálása, értékelése Véletlen események gyakoriságának összeszámlálása, ábrázolása különféle módszerekkel: strigulázással, diagrammal, táblázatba rögzítéssel Véletlen események előfordulásainak vizsgálata, a kimenetek számának összehasonlítása az előzetes tippekkel, magyarázatok keresése	Tapasztalatai alapján tippet fogalmaz meg arról, hogy két esemény közül melyik esemény valószínűbb olyan, véletlentől függő szituációk során, melyekben a két esemény valószínűsége között jól belátható a különbség; Tetszőleges vagy megadott módszerrel összeszámlálja az egyes kimenetek előfordulásait olyan egyszerű játékokban, kísérletekben, amelyekben a véletlen szerepet játszik; A valószínűségi játékokban, kísérletekben megfogalmazott előzetes sejtését, tippjét összeveti a megfigyelt előfordulásokkal.	
„Biztos”, „lehetséges, de nem biztos”, „lehetetlen” események megkülönböztetése	Tapasztalatai alapján különbséget tesz a „biztos”, „lehetetlen”, „lehetséges, de nem biztos” események között;	

A „biztos” és „lehetetlen” cáfolata ellenpélda mutatásával		Megítéli a „biztos”, „lehetetlen”, „lehetséges, de nem biztos” eseményekkel kapcsolatos állítások igazságát	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Nincs új fogalom		
Javasolt tevékenységek	– Játék eseménykártyákkal a „biztos”, „lehetséges, de nem biztos”, „lehetetlen” események megkülönböztetésére, események gyakoriságának megfigyelésére csoportmunkában: valószínűségi kísérlethez tartozó eseményeket írunk kártyákra; kiosztjuk; elvégezzük a kísérletet, mindenki rátesz egy zsetont arra a kártyájára, amelyikre írt esemény bekövetkezett; a kísérletek végén elemzés, például a kísérlet: 3 korongot feldobunk; események: mindhárom kék; több a kék, mint a piros; nincs piros; van kék; van két egyforma szín; egyik színből sincs legalább kettő; elemzés: „Melyik a jó kártya, melyik rossz, melyiket választanád?” – Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a játék elején a játékosok tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán lévő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról levehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok – Valószínűségi kísérlet nem kocka alakú doboz feldobásával: tippelés, 20 kísérletből melyik lapjára hányszor esik; ellenőrzés a kísérletek elvégzésével – 10 korongot feldobunk, számegyenesen a 0-ból indulva annyit lépünk pozitív irányba, ahány pirosat dobtunk, majd innen annyit negatív irányba, ahány kéket; tippeld meg, hova jutsz; válassz 4 számkártyát, nyersz, ha ezek egyikére jutsz – Játék számkorongokkal: 3 korong piros és kék oldalára is számokat írtunk; feldobjuk egyszerre a 3 korongot; kártyákra eseményeket írunk a számok tulajdonságai alapján, a dobott számok összegére, szorzatára vonatkozó tulajdonságokkal; figyeljük meg, van-e lehetetlen, van-e biztos esemény; tippeljünk az események gyakoriságára, például szorzatuk páros; nincs közte kétjegyű – Gyerekek alkotta gyakorisági diagram: két kockával dobunk, és nézzük a dobott számok összegét; a gyerekek sorban egymás mellett állnak, mindenkinek a kezében egy szám van 1 és 13 között; akinek a száma a két kockával dobott számok összege, előre lép egyet – Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegétől egy korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja		

Általános iskola 5-8. évfolyama

Az alapfokú képzés első – a matematikai alapkészségek kialakítását legfőbb célként megjelölő – nevelési-oktatási szakaszát követően az 5–8. évfolyamon a matematika tanulása-tanítása során a tudástartalmak fokozatosan válnak egyre elvontabbá. A konkrét tárgyi tevékenységekből indulva a képi szemléltetések, ábrázolások mellett megjelennek a szimbolikus modellek. A tanuló a fogalmak, jelenségek elemzése útján eljut azok megértésen alapuló meghatározásához, a definíciók előkészítése során tulajdonságokat, sejtéseket fogalmaz meg, s kialakul a megoldást alátámasztó indoklás igénye, valamint felismeri a matematika kisebb egységeinek belső struktúráját.

A tanítás fő módszere továbbra is a felfedeztetés, a konkrét tevékenységből, játékból, hétköznapi szituációból fakadó indukció. A tanulási tevékenység és problémamegoldás során a tanulót ösztönözni kell egyszerű problémák felfedezésére, megfogalmazására és a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezésére. A tanuló konkrét helyzetek megoldására képi és szimbolikus modelleket, stratégiákat alkalmaz és alkot, ezáltal fejlődik problémamegoldó és problémaalkotó képessége.

A kombinatív képességek területén a lehetőségek strukturált felsorolásából fokozatosan kialakulnak a rendszerezést segítő konkrét eszközök, stratégiák alkalmazásának készségei.

Felső tagozaton az ismert számok köre bővül a törtekkel és a negatív számokkal úgy, hogy a tanuló ezekkel műveleteket tud végezni. A tanulás-tanítás egyik lényeges elvárása, hogy a különböző, szöveggel, számokkal megadott matematikai szituációk képi, majd szimbolikus modelljeinek bevezetése fokozatos legyen. A tanuló a megismert szimbólumokkal egyszerű műveleteket végez, ismeri ezek tulajdonságait.

Az 5–8. évfolyamon a természettudományi, a digitális technológiai és a gazdasági ismeretek tanulási-tanítási tartalmakban való megjelenése lehetővé teszi a matematika alkalmazhatóságának, hasznosságának bemutatását.

Fejlődnek a tanuló készségei a matematikai kommunikáció terén. A matematikai kifejezéseket helyesen használja, a fogalmakat értelmezi, megmagyarázza, gyakorlati helyzetekben jól alkalmazza. Ismereteit összefoglalva prezentálni tudja.

A tanuló a közös munkában tevékenyen részt vesz. Eseti feladatokban és projekteknél mások véleményét elfogadja, és ha különbözik a véleményük, igyekszik érvekkel meggyőzni társait. Az új fogalmak, magasabb szintű absztrakciót igénylő tudástartalmak bevezetésekor az egyéni adottságokhoz, ismeretekhez alkalmazkodó differenciálás biztosítja a megfelelő tempójú haladást annak a tanulónak, akinél ezek a lépések

hosszabb időt, több szemléltetést igényelnek. Ezzel a lassabban haladó tanuló sem veszíti el érdeklődését és reményét a matematika megértése iránt.

A matematikai fejlesztő játékok és a számítógép, illetve más IKT-eszközök biztonságos alkalmazása mellett a tanuló megismerkedik olyan matematikai szoftverekkel, amelyek a matematikai tudást és a digitális kompetenciákat együtt fejlesztik.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ellenőrzés és az értékelés csak a tanult ismeretek alkalmazására terjed ki.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

A tanulás kompetenciái: A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

A kommunikációs kompetenciák: A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszere.

A digitális kompetenciák: A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

A matematikai, gondolkodási kompetenciák: A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozhat olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

A személyes és társas kapcsolati kompetenciák: A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanulásán keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái: A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák: A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projekteken való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, mérlegelő gondolkodás, problémamegoldás, kezdeményezőkézség, másokkal való együttműködés készsége).

Az 5–6. évfolyam tanulásmódszertani szempontból átmenetet képez az alsó tagozat játékos, tevékenykedtető, felfedeztető módszerei és a matematika elméleti ismereteinek befogadását jelentő tanulási módszerek között. Továbbra is fontos szerepet játszik a szemléltetés, az eszközök használata. Elvárható a szerzett tapasztalatok értelmezése, rendszerezése, néhány területen az általánosítás lehetőségének felfedezése és megfogalmazása. A kezdeti, saját szavakkal történő megfogalmazásokat fokozatosan felváltja a matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések használata. Gyakorlati helyzetekben megjelenik a szakmai vita és az érvelés igénye.

A témák egy része nemcsak az aktuális terület megalapozását jelenti a megadott óraszámban, hanem megjelenik más fejezetekben is, az eszközrendszer folyamatos gyarapodását biztosítva. Bővül a szöveggel megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása során alkalmazható modellek köre is.

A szemléltetést és a megértést a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.

A 7–8. évfolyamon nagyobb hangsúlyt kap az elvonatkoztatás és az absztrakció képességének fejlesztése, miközben továbbra is megmarad a szemléltetés és az eszközök használata. Elvárható a tapasztalatok általános megfogalmazása, a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezése, a megsejtett összefüggések indoklásának igénye és a tanult matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések helyes használata. Fejlődik a vitatkozás és az érvelés kultúrája az osztálytársakkal és a szaktanárral.

Az egyes területek ismeretanyaga jelen van más témakörökben is, folyamatosan gazdagítva a szakmai eszköztárat. A szöveggel megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása tervek, vázlatok alapján, általánosabb eljárási módokat, gyakran algoritmusokat alkalmazva történik.

Az ismeretek bővülésével lehetővé válik a más tantárgyakhoz való kapcsolódás, a kitekintés lehetősége, a témák rendszerezése, több területen való megjelenése. A nevelési-oktatási szakasz során egyre komplexebbé válik a szemléletmód.

A szemléltetést, a megértést, az órai vagy házi feladatok megoldását és a gondolatmenet bemutatását a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.

Az értékelés elvei és eszközei

A tanév során az értékelés alapja a tanulók állandó megfigyelése. A **folyamatos, fejlesztő célzatú írásbeli értékelés** visszajelzést ad a tanuló számára munkájának eredményességéről, rendszeres tanulásra ösztönöz.

Kisebb tananyagegységből írásbeli dolgozatok tájékoztatják a tanárt, a tanulót és a szülőt a tanuló adott tananyagrészből szerzett tudásáról.

Témákat lezáró írásbeli felmérések tájékoztatják a tanárt, a tanulót és a szülőt a tanuló teljesítményéről a helyi tantervben rögzített követelményekhez viszonyítva.

A témákat lezáró írásbeli felmérések értékelése:

százalékos eredmény	érdemjegy
90 – 100	jeles
75 – 89	jó
55 – 74	közepes
36 – 54	elégséges
0 - 35	elégtelen

Az értékelés kiemelt szempontjai:

- a tanulók önmagukhoz mért fejlődése,
- az alapvető készségek, képességek fejlettségi szintje,
- tárgyi tevékenységben való jártasság,
- tanult műveletek értelmezése,
- a tanult számolási eljárások ismerete és alkalmazása.

Matematika tantárgy óraszása 5-8. évfolyamon

	A tantárgy heti óraszása	A tantárgy éves óraszása
5. évfolyam	4	144
6. évfolyam	4	144
7. évfolyam	3	108
8. évfolyam	3	108

5. évfolyam

Témakör címe	órakeret
1. Halmazok	6 óra
2. Matematikai logika, kombinatorika	6 óra
3. Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek	10 óra
4. Alapműveletek természetes számokkal	16 óra
5. Egész számok; alapműveletek egész számokkal	9 óra
6. Közösleges törtek, tizedes törtek, racionális számok	18 óra
7. Alapműveletek közösleges törtekkel	9 óra
8. Alapműveletek tizedes törtekkel	8 óra
9. Egyszerű szöveges feladatok	10 óra
10. Mérés és mértékegységek	16 óra
11. Síkbeli alakzatok	8 óra
12. Térgeometria	10 óra

13. Leíró statisztika	5 óra
14. Valószínűség-számítás	5 óra
15. Év végi összefoglalás	8 óra
Összes óraszám:	144 óra

Sprachliche Kompetenzen

Operatoren² (sprachliche Handlungsaufforderungen, Arbeitsanweisungen) im Fach Mathematik, die in den Jahrgangsstufen 5-6 verwendet werden:

Erläuterung zu den Operatoren in der Tabelle:

beobachten (Kl.4←): Der Operator wurde bereits eingeführt, der Schüler/die Schülerin kann diesen Operator ab Ende der Klasse 4 richtig verwenden.

zusammenfassen: Der Operator muss in den Klassenstufen 5-6 eingeführt werden.

berechnen: Fachspezifischer Operator, der in den Mathematikstunden eingeführt werden muss.

OPERATOREN	ERLÄUTERUNGEN
Reproduktion	<u>Wiedergabe</u> von Sachverhalten aus einem begrenzten Gebiet und im gelernten Zusammenhang sowie die <u>Verwendung</u> gelernter und geübter Arbeitstechniken und Methoden.

² Wurzeln und Flügel: Sprachliche Kompetenzen für den bilingualen Fachunterricht der deutschen Nationalitätenschulen in Ungarn, Teil 01, S. 20-52
<https://udpi.hu/hu/sprachliche-kompetenzen-teil-i/file>

OPERATOREN	ERLÄUTERUNGEN
beobachten (Kl.4←)	Personen, Gegenstände, Erscheinungen und Vorgänge gezielt wahrnehmen und erfassen.
nennen (Kl.4←)	Inhalte, Sachverhalte aus vorgegebenem Material oder Kenntnisse in eigenen Worten ohne Kommentierung angeben bzw. fachsprachlich richtig bezeichnen.
beschreiben (Kl.4←)	Gegenstände, Sachverhalte, Personen und Vorgänge geordnet und verständlich wiedergeben.
<i>berechnen (Kl.4←)</i>	Ergebnisse von einem Ansatz oder einer Formel ausgehend durch Rechenoperationen gewinnen.
<i>zeichnen, graphisch darstellen (Kl.4←)</i>	Eine maßstäblich hinreichend exakte graphische Darstellung anfertigen.
<i>erstellen</i>	Sachverhalte, Zusammenhänge, Methoden oder Daten in übersichtlicher, fachlich sachgerechter oder vorgegebener Form darstellen
Reorganisation/Transfer	<i>Das selbstständige <u>Bearbeiten</u>, <u>Ordnen</u> und <u>Erklären</u> bekannter Sachverhalte sowie das angemessene <u>Anwenden</u> gelernter Inhalte und Methoden auf andere Sachverhalte.</i>
gliedern (Kl.4←)	Unterrichtsgegenstände nach selbst gewählten oder vorgegebenen Kriterien in Gruppen ordnen.
einordnen/zuordnen (Kl.4←)	Einen Sachverhalt/eine Aussage nachvollziehbar in einen genannten Zusammenhang einfügen.

OPERATOREN	ERLÄUTERUNGEN
charakterisieren (Kl.4←)	Die wesentlichen Merkmale von Unterrichtsgegenständen erarbeiten.
erklären (Kl.4←)	Prozesse, Phänomene und Zusammenhänge von Erscheinungen erfassen und fachsprachlich angemessen hinsichtlich ihrer Gesetzmäßigkeiten bzw. Ursachen nachvollziehbar darstellen.
vergleichen (Kl.4←)	Nach vorgegebenen oder selbst gewählten Gesichtspunkten Gemeinsamkeiten, Ähnlichkeiten und Unterschiede ermitteln und darstellen.
untersuchen (Kl.4←)	Unter bestimmten Aspekten Materialien auf Sachverhalte, Leitgedanken hin untersuchen und Zusammenhänge zwischen den Sachverhalten herstellen.
zusammenfassen	Das Wesentliche in konzentrierter und übersichtlicher Form unter Verwendung der Fachsprache herausstellen.
skizzieren	Einen Sachverhalt unter einem leitenden Gesichtspunkt in seinen Grundzügen (ggf. über eine grafische Darstellung) verdeutlichen.
darstellen	Sachverhalte, Zusammenhänge, Methoden oder Modellvorstellungen strukturiert, fachsprachlich zutreffend wiedergeben, so dass ggf. auch Beziehungen bzw. Entwicklungen deutlich werden.

OPERATOREN	ERLÄUTERUNGEN
definieren	Die Bedeutung eines Begriffes unter Angabe eines Oberbegriffes und wesentlicher Merkmale kurz und exakt formulieren.
prüfen und überprüfen	Mit Hilfe eigener Beobachtungen oder eigenen Wissens eine genaue Kontrolle der Grundlagen und der Folgerichtigkeit von Gedankengängen und/oder Sachverhalten durchführen.
auswerten	Aus einem vorliegenden Sachverhalt Informationen entnehmen und sie für die Bearbeitung bestimmter Aufgaben- und/oder Fragestellungen verwenden.
begründen	Einen Sachverhalt auf Regeln und Gesetzmäßigkeiten zurückführen bzw. für ihn den Zusammenhang zwischen Ursache und Wirkung herstellen.
<i>entscheiden (Kl.4←)</i>	einen Sachverhalt oder eine Behauptung unter Verwendung gültiger Schlussregeln oder Berechnungen auf bekannte, gültige Aussagen zurückführen

1. témakör	Halmazok	Órakeret 6 óra
-------------------	-----------------	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Halmazokba rendezés egy-két szempont szerint.	Elemeket halmazba rendez több szempont alapján. A helyes halmazszemlélet alakítása. A megfigyelőképesség fejlesztése: Tárgyak tulajdonságainak kiemelése, összehasonlítás, azonosítás, megkülönböztetés, osztályokba sorolás, tulajdonságok szerint, az érzékszervek tudatos működtetésével. A közös tulajdonságok felismerése, tagadása.	<i>Informatika: könyvtárszerkezet a számítógépen.</i> <i>Környezetismeret: tárgyak, élőlények összehasonlítása, csoportosítása különböző tulajdonságok alapján, pl. élőhely, táplálkozási mód stb.</i>
Halmazábra készítése.	Konkrét esetekben halmazokat felismer és ábrázol.	
Számhalmazok szemléltetése számegyenesen.	Számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol.	<i>Környezetismeret: természeti jelenségek, hőmérséklet ábrázolása.</i>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Halmaz, elem, halmazábra.	

Javasolt tevékenységek	Konkrét elemek válogatása adott tulajdonság/tulajdonságok szerint, például csoport tagjai közül a szemüvegesek és a barna hajúak. Egy konkrét válogatás (tárgyak, logikai készlet elemei, alakzatok, szavak...) szempontjának/szempontjainak felfedeztetése. Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése, például néhány természetes szám közül 3-mal osztva 1 maradékot adó számok kiválasztása Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra. Konkrét elemek két tulajdonság szerinti válogatása során a mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek és a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán. A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása. Játék logikai készlettel.
-------------------------------	--

2. témakör	Matematikai logika, kombinatorika	Órakeret 6 óra
-------------------	--	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Egyszerű állítások logikai értékének (igaz vagy hamis) megállapítása. Igaz és hamis állítások önálló megfogalmazása.	Igaz és hamis állításokat fogalmaz meg.	<i>Magyar nyelv és irodalom: a lényegkiemelés</i>

		<i>képességének fejlesztése.</i>
Nyitott mondatok igazsághalmazának megtalálása próbálgatással.	<i>Állítások igazságtartalmának eldöntése.</i>	
Egyszerű stratégiai, logikai és pénzügyi játékok, társasjátékok.	<i>A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok megismerése.</i>	
Kis elemszámú halmaz elemeinek sorba rendezése mindennapi életből vett példákkal. Néhány számkártyát tartalmazó készlet elemeiből adott feltételeknek megfelelő számok alkotása.	A logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére.	
Az összes eset előállítása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás.	Összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	„Igaz”, „hamis”; nyitott mondat, igazsághalmaz; „és”, „vagy”; „legalább”, „legfeljebb”; lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz.	
Javasolt tevékenységek	„Bíróági tárgyalás” játék: a vádlók hamis állításokat fogalmaznak meg például a páros számokról, a védők csoportja pedig cáfolja azokat. „Füllentős” játék csoportban: a csoportok mondanak 3 állítást, egy hamis, kettő igaz; a többieknek ki kell találni, melyik a hamis. Az igazsághalmaz elemeit is tartalmazó, néhány elemből álló halmaz elemeinek kiprobálása a nyitott mondat igazzá tételére. „Rontó” játék: egy kiinduló halmaz elemeire igaz állítás megfogalmazása, ennek elrontása egy új elemmel, majd új igaz állítás megfogalmazása és így tovább. „Einstein-fejtörő” típusú játék: a szereplőkre vonatkozó állítások alapján személyek és tulajdonságok párosítása.	

	Konkrét tárgyakkal, készletek elemeivel, geometriai alkotásokkal az adott feltételeknek megfelelő összes lehetőség kirakása és rendszerezése. Adott ágrajz alapján feladat készítése és „feladatküldés” csoportmunkában.
--	---

3. témakör	Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek	Órakeret 10 óra
-------------------	---	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Természetes számok milliós számkörben. Számlálás, számolás. Hallott számok leírása, látott számok kiolvasása. Számok ábrázolása számegyenesen.	Számfogalom mélyítése, a számkör bővítése. Kombinatorikus gondolkodás alapelemeinek alkalmazása számok kirakásával.	<i>Környezetismeret: nagy számok a természeti képződmények jellemzésekor.</i>
Számok helyi értékes írásmódjának megértése különböző alapú számrendszerekben csoportosítást, leltározást, helyiérték-táblázatba rögzítést tartalmazó feladatokon keresztül. Számok helyi értékes írásmódjának használata nagy számok esetében.	Érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját nagy számok esetén.	

Római számok írása, olvasása a következő jelekkel: I, V, X, L, C, D, M.	Ismeri a római számjelek közül az L, C, D, M jeleket, felismeri az ezekkel képzett számokat a hétköznapi helyzetekben.	
Osztók, többszörösök meghatározása.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Tízes számrendszer, helyi érték, alaki érték, valódi érték, számegyenes, osztó, többszörös.	
Javasolt tevékenységek	Vásárlás „fabatkával”, például tízes számrendszerbeli számokkal árazott termékek vásárlása a virtuális boltban 1, 3, 9, 27, ... címletű játékpénz felhasználásával úgy, hogy minél kevesebb érmét használjunk fel; leltárkészítés a felhasznált címletekről. Játék a „tökéletes pénztárgéppel” 10 000-nél nagyobb számokkal: a gép a tíz egyforma címletű pénzt kiveszi, és a következő fiókba beletesz egy tízszer akkora címletűt, majd kiírja a fiók tartalmát. Mit tettem a fiókba, és mit ír ki a gép? Páros munkában arab számok átírása római számokra és viszont; memóriajáték.	

4. témakör	Alapműveletek természetes számokkal	Órakeret 16 óra
-------------------	--	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Számkörbővítés; fejben számolás százezres számkörben kerek ezresekkel; analógiák alkalmazása.	Fejben összead, kivon és szoroz.	<i>Természetismeret; hon- és népismeret; földrajzi</i>

		<i>adatok vizsgálata.</i>
Természetes számok összeadása, kivonása és szorzása írásban.	Írásban összead, kivon és szoroz.	
Írásbeli osztás algoritmusa kétjegyű természetes számmal. Írásbeli osztás legfeljebb kétjegyű természetes számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése.	Írásban oszt legfeljebb kétjegyű osztóval.	
A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban és géppel számolás esetén. Az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban. Zárójeleket tartalmazó műveletsorok átalakítása, kiszámolása a természetes számok körében.	Ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében.	
Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása.	<i>Szövegértés fejlesztése: Egyszerű matematikai problémát tartalmazó és a mindennapi élet köréből vett szövegek feldolgozása.</i>	
A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése. Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés.	A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít. A műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti.	

	A fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Összeadandók, az összeg tagjai, kisebbítendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, a szorzat tényezői, felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság, osztandó, osztó, hányados, maradék, zárójel, kerekítés, becslés, ellenőrzés.	
Javasolt tevékenységek	Fejben számolás gyakorlása „intelligens puff” játékkal. Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével. „Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz: a műveletekben szereplő számokhoz számjegyek sorsolása dobókockával; a dobott értékek tetszőleges helyi értékre írhatók; az nyer, aki a legnagyobb, legkisebb vagy adott célszámhoz legközelebbi eredményt tudja kiszámolni a felírt számaiból. A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása. Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása. Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása. Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása. „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos állításokat fogalmaz meg, a másik játékos dönt ennek igazságáról; például: két liter tej belefér egy 1 dm élű kocka alakú edénybe; a játékot az a tanuló nyeri, aki eltalálja az állítás igazságértékét.	

5. témakör	Egész számok, alpműveletek egész számokkal	Órakeret 9 óra
-------------------	---	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Negatív számok a gyakorlatban: adósság, tengerszint alatti mélység, fagypont alatti hőmérséklet. Egész számok ismerete, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Ellentett, abszolút érték fogalmának ismerete és alkalmazása. Alpműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján a számkörbővítés során.	Meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét. Ismeri az egész számokat.	<i>Természetismeret:</i> összehasonlítás, számolás földrajzi adatokkal: tengerszint alatti mélység, tengerszint feletti magasság szűkebb és tágabb környezetünkben (a Földön).
Alpműveletek elvégzése az egész számok körében. <i>Az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, szétagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban.</i> A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban és géppel számolás esetén.	Ismeri a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban.	<i>Természetismeret:</i> tájékozódás a térképen.
Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása.	<i>Szövegértés fejlesztése: Egyszerű matematikai problémát tartalmazó és a mindennapi élet köréből vett szövegek feldolgozása.</i>	

Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése. A kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítése.	A műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti. A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít. A fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.	<i>Történelem és állampolgári ismeretek: időtartam számolása időszámítás előtti és időszámítás utáni történelmi eseményekkel.</i>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Ellentett, negatív szám, előjel, egész szám, abszolút érték, kerekítés, becslés, ellenőrzés.	
Javasolt tevékenységek	Vagyoni helyzet megállapítása játékpénzzel és adósságcédulákkal. Hőmérséklet-változás követése hőmérőmodellel. Számok szemléltetéséhez, összehasonlításához, sorba rendezéséhez „élő számegyenes” létrehozása: a tanulók egy, a hátukra ragasztott számot képviselnek, és az értéküknek megfelelően foglalják el a helyüket. Kukás játék: mindenki rajzol 5 négyzetet és egy kukát; számokat húznak például (–10)-től (+10)-ig számkártyákból; a húzott számot mindenki beírja valamelyik négyzetbe úgy, hogy a négyzetekben levő számok végül növekvő sorrendben legyenek; ha valaki nem tudja beírni a húzott számot, akkor az a szám megy a kukába; az győz, aki leghamarabb kitölti minden négyzetét. Az előírt művelet szemléltetése játékpénzzel és adósságcédulákkal. Az előírt művelet szemléltetése a számegyenesen való lépegetéssel, például „Hol van a kisautó, ha ... ?” Gazdálkodj okosan! játék rövidített formája kevés, kis címletű készpénzzel úgy, hogy a játékos kénytelen legyen kölcsönt felvenni; szerencsekártya használata negatív szám	

	kivonásának modellezésére: a bank elengedi 2 Ft adósságot; ha nincs adósságod, vegyél fel kölcsönt. A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli művelet sorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása. Adott szöveges feladathoz többféle művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása. Adott szöveges feladathoz megfelelő művelet sor megalkotása. Adott művelet sorhoz szöveges feladat írása. „Nem hiszem” páros játék előjeles mennyiségekkel.
--	--

6. témakör	Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok	Órakeret 18 óra
-------------------	---	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Tötrészek ábrázolása, tötrészeknek megfelelő törtszámok meghatározása.	Ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre. Ábrázol tötrészeket, meghatároz tötrészeknek megfelelő törtszámokat.	<i>Ének-zene: a törtszámok és a hangjegyek értékének kapcsolata.</i>
Törtek összehasonlítása, egyszerűsítés, bővítés. Különböző alakokban írt egyenlő törtek felismerése.	Megfelelteti egymásnak a racionális számok közönséges tört és tizedes tört alakját.	

Számok helyi értékes írása tizedes törtek esetén. Számok ábrázolása számegyenesen.	Érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Közönséges tört, számláló, nevező, törtvonal, vegyes szám, egyszerűsítés, bővítés, tizedes tört, tizedesvessző, helyi értékes írásmód, racionális szám, számegyenes.	
Javasolt tevékenységek	Kör (torta, pizza) és téglalap (tábla csokoládé) egyenlő részekre darabolása, adott törtnek megfelelő rész színezése; színezett részhez törtszám megfeleltetése. Törtek szemléltetése papírhajtogatással, színes rúd modellel. Adott törtrészek ábrázolása tányérmodellel (2 különböző színű papírtányért egy sugár mentén bevágva összecsisztatunk; az egyik tányéron például 12 egyenlő részt jelző beosztások vannak). Törtek összehasonlítása, például két egyenlő nagyságú és alakú téglalap közül az egyik 4, a másik 3 egyenlő részre osztása; az elsőben a 3 negyed, a másodikban a 2 harmad színezése. A téglalapon kívül más alakzatok színezése, modellek alkalmazása. Egyenlő és különböző törtek előállítása, összehasonlítása: játék az makaó-jellegű kártyajáték szabályai szerint a törtek, törtrészek különböző alakjaival. A helyiérték-táblázat bővítése; a „tökéletes pénztárgép” „apró” címletekkel való kiegészítése (euró, eurócent). Törtek szemléltetése és összehasonlítása párhuzamos számegyeneseken.	

7. témakör	Alapműveletek közönséges törtekkel	Órakeret 9 óra
-------------------	---	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján.	Ismeri és alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat.	<i>Vizuális kultúra: elképzelt történetek vizuális megjelenítése különböző eszközökkel.</i>
Alapműveletek elvégzése a közönséges törtek körében.		
A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete.		
Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása. Kapott eredmény ellenőrzése.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	közös nevező	
Javasolt tevékenységek	Kör- és téglalapmodell, tányérmodell, színes rúd modell alkalmazása alapműveletek értelmezésére. „21-ezés” dominókkal: minden csoport kap egy kupac lefordított dominót; sorban húzunk, bármikor megállhatunk; a húzott dominót tetszőlegesen fordíthatjuk, egyik oldala a tört számlálója, másik a nevezője; a húzott és megfelelően fordított törteket összeadjuk; akinek az összege 2-nél több, kiesik; az győz, aki legjobban megközelíti a 2-t. A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása. Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása.	

	Adott szöveges feladathoz megfelelő művelet sor megalkotása. Adott művelet sorhoz szöveges feladat írása.
--	--

8. témakör	Alapműveletek tizedes törtekkel	Órakeret 8 óra
-------------------	--	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Tizedes törtek összeadása, kivonása és szorzása. írásban	Írásban összead, kivon és szoroz.	<i>Technika: mérés.</i>
A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete.	Ismeri és alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti.	
Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása.	A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít.	
Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése. Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés.	A fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Kerekítés.	

Javasolt tevékenységek	Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével. „Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz. A tizedes törttel való osztás bemutatása és megtapasztalása mértékegység-átváltás segítségével. A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása. Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása. Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása. Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása. „Nem hiszem” páros játék tizedes törtekkel.
-------------------------------	---

9. témakör	Egyszerű szöveges feladatok	Órakeret 10 óra
-------------------	------------------------------------	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése.		
A mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással.	Egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással megold. A megoldását ellenőrzi.	<i>Magyar nyelv és irodalom: szövegértés, szövegértelmezés.</i>

A megoldás ellenőrzése.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Becslés, ellenőrzés.	
Javasolt tevékenységek	„Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal; a tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot; a tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét. Törtrészek összehasonlítását tartalmazó szöveges feladatokban a törtrészek szemléltetése szakaszokkal.	

10. témakör	Mérés és mértékegységek	Órakeret 16 óra
--------------------	--------------------------------	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Szögtartomány ismerete; összehasonlítás, csoportosítás; szögmérés.	Síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat.	<i>Történelem és állampolgári ismeretek: görög „abc” betűinek használata.</i>
Téglalap, négyzet és háromszög kerületének, területének mérése a természetes és az épített környezetben. Téglalap, négyzet kerületének, területének kiszámítása. Sokszögek területének meghatározása átdarabolással.	Meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét.	<i>Hon- és népismeret; természetismeret: Magyarország térképéről méretarányos</i>

		<i>távolságok meghatározása.</i> <i>A saját település, szűkebb lakókörnyezet térképének használata</i>
Terület, térfogat és űrtartalom mérése gyakorlati helyzetekben alkalmi és szabványegységekkel a természetes és az épített környezetben.	Ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.	
Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának mérése a természetes és az épített környezetben. Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának kiszámítása.	Egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat: főzésnél a tömeg, az űrtartalom mérése.</i> <i>Hon- és népismeret; természetismeret: ősi magyar mértékegységek.</i>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szög és mértékegységei (fok, szögperc), szögfajták, kerület, terület, űrtartalom és mértékegységei, felszín, térfogat és mértékegységei.	
Javasolt tevékenységek	Szívószál-moddellel szögtartományok kijelölése. Könyv, füzet, ajtó nyitásával létrehozott szögtartományok megfigyelése; szögmérő használata. Osztályterem adatainak becslése, mérése (hosszúság, szélesség, magasság, ablakok területe, a terem alapterülete, berendezés osztérfogata, a teremben lévő levegő becsült térfogata...). „Üreges testek” űrtartalmának becslése, mérése, összehasonlítása.	

	Kavicsok térfogatának mérése a mérőhengerben lévő víz vízszintemelkedése alapján Iskolaépület adatainak becslése, mérése (folyosók hossza, szélessége, alapterülete; lépcső magassága; tornaterem hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfogata; épület hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfogata...). Közeli játszótér, park, tó, épület adatainak becslése, mérése. Papírból készült sokszögek átdarabolásának bemutatása, majd egyéni kipróbálás és a saját megoldások összehasonlítása. Téglatest, kocka alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása. Téglatest, kocka alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás).
--	--

11. témakör	Síkbeli alakzatok	Órakeret 8 óra
--------------------	--------------------------	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Egyenes, félegyenes és szakasz megkülönböztetése. Síkbeli görbék közül a kör kiválasztása.	Ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.	<i>Vizuális kultúra: párhuzamos és merőleges egyenesek megfigyelése környezetünkben.</i>
Síkbeli alakzatok közül a sokszögek kiválasztása.	Konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma.	<i>Hon- és népismeret: népművészeti minták, formák.</i>

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Síkidom, sokszög; téglalap, négyzet.
Javasolt tevékenységek	Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a lényegtelen tulajdonságok kizárása). Különböző készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása. Szívószálból, hurkapálcából háromszög készítése (lehetséges és lehetetlen helyzetek). Papír háromszögek hajtogatásával vagy síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése. Háromszögeket tartalmazó készletből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása. Papír téglalap és négyzet tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása. Szabálytalan alakú papírból téglalap, négyzet hajtogatása. Tangram játék.

12. témakör	Térgeometria	Órakeret 10 óra
--------------------	---------------------	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Környezetünk tárgyaiban a geometriai testek felfedezése.		<i>Vizuális kultúra: térbeli tárgyak síkbeli megjelenítése.</i>

Téglatest, kocka tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma.	Ismeri a kocka, a téglatest tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma. A kocka, a téglatest tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.	
Testekről hálók készítése.	A kocka, a téglatest, hálóját elkészíti.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Test, kocka, téglatest, lap, él, csúcs, háló.	
Javasolt tevékenységek	Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása). Téglatest- és kockamodell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése. Készletből adott szempontnak megfelelő elemek válogatása. Építés dobozokból, színes rudakból, kis kockákból (kockacukor) feltételek alapján; lapok, élek, csúcsok, nézetek, hálók megfigyelése. Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben. Zsinóros térgeometriai modellek használata.	

13. témakör	Leíró statisztika	Órakeret 5 óra
--------------------	--------------------------	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Adatokat, táblázatokat és diagramokat tartalmazó források felkutatása (például háztartás, sport, egészséges életmód, gazdálkodás).	Értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti.	<i>Természetismeret: időjárási átlagok (csapadék, hőingadozás, napi, havi, évi középhőmérséklet).</i>
Átlag fogalmának ismerete, alkalmazása.	Konkrét adatsor esetén átlagot számol.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat: menetrend adatai</i>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Adat, diagram, átlag.	
Javasolt tevékenységek	Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok elemzése csoportmunkában.	

14. témakör	Valószínűség-számítás	Órakeret 5 óra
--------------------	------------------------------	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Egyszerű valószínűségi játékok és kísérletek.	Valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi.	<i>Testnevelés: játék.</i>
A „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” események felismerése.	Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valószínűségi kísérlet, „biztos” esemény; „lehetséges, de nem biztos” esemény; „lehetetlen” esemény.
Javasolt tevékenységek	Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmével, szerencsekerékkel, zsákba helyezett színes golyókkal. Játék eseménykártyákkal a „biztos”, „lehetséges, de nem biztos”, „lehetetlen” események megkülönböztetésére, események gyakoriságának megfigyelésére csoportmunkában: valószínűségi kísérlethez (például 3 korongot feldobunk) tartozó eseményeket írunk kártyákra (például mindhárom kék; több a kék, mint a piros; nincs piros; van kék; van két egyforma szín; egyik színből sincs legalább kettő); kiosztjuk a kártyákat, elvégezzük a kísérletet, majd mindenki rátesz egy zsetont arra a kártyájára, amelyikre írt esemény bekövetkezett; a kísérletek végén elemzés: melyik a jó kártya, melyik rossz, melyiket választanád. Tippelős játék eseménykártyákkal: minden kártyára mindenki odaírja a tippjét, hogy 20 kísérletből szerinté hányszor következik be; ellenőrizzük a kísérletek elvégzésével. Bököss játék csoportban: minden körben a 100-as tábláról véletlenszerűen választunk egy számot (bökönk vagy papírgalacsint dobunk a táblára); a játék elején mindenkinek van 5 korongja; körönként a szám választása előtt minden játékos egy-egy koronggal tippel, például kékre fordítja, ha a szám 7-tel osztható, pirosra, ha nem; ha nem találta el, elvesztette a korongját, ha talált, akkor nem; az veszít, akinek hamarabb elfogynak a korongjai. 10 korongot feldobunk; a számegyenesen a 0-ból indulva annyit lépünk pozitív irányba, ahány pirosat dobtunk, majd innen annyit negatív irányba, ahány kéket; tippeld meg, hova jutsz; válassz 4 számkártyát, nyersz, ha ezek valamelyikére jutsz. „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például lehetséges, de nem biztos, hogy két dobókockával dobva

	a dobott számok összege 13), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít. „Szavazós” játék: a tanár vagy egy tanuló állítást fogalmaz meg egy kísérlet kimenetelére (például két dobókockával a dobott számok szorzata 40); az osztály szavaz a „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” döntések valamelyikére.
--	---

6. évfolyam

Témakör címe	órakeret
1. Halmazok	4 óra
2. Matematikai logika, kombinatorika	4 óra
3. Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek	10 óra
4. Egész számok; alpműveletek egész számokkal	9 óra
5. Alpműveletek közösleges törttekkel	9 óra
6. Alpműveletek tizedes törttekkel	6 óra
7. Arányosság, százalékszámítás	20 óra
8. Egyszerű szöveges feladatok	10 óra
9. A függvény fogalmának előkészítése	10 óra
10. Sorozatok	8 óra
11. Síkbeli alakzatok	10 óra
12. Transzformációk, szerkesztések	20 óra

13. Térgeometria	6 óra
14. Leíró statisztika	5 óra
15. Valószínűség-számítás	5 óra
16. Év végi összefoglalás	8 óra
Összes óraszám:	144 óra

1. témakör	Halmazok	Órakeret 4 óra
-------------------	-----------------	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Halmazokba rendezés. Halmazábra készítése.	Elemeket halmazba rendez több szempont alapján.	<i>Környezetismeret: tárgyak, élőlények összehasonlítása, csoportosítása különböző tulajdonságok alapján, pl. élőhely, táplálkozási mód stb.</i>
A részhalmaz fogalom alkalmazása. Részhalmazok felismerése ábráról.	Részhalmazokat konkrét esetben felismer és ábrázol.	<i>Informatika: könyvtárszerkezet a számítógépen.</i>
Két véges halmaz közös részének, illetve egyesítésének megállapítása ábrázolás segítségével.	Véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Részhalmaz, közös rész, egyesítés.	
Javasolt tevékenységek	Konkrét elemek válogatása adott tulajdonság/tulajdonságok szerint, például csoport tagjai közül a szemüvegesek és a barna hajúak. Egy konkrét válogatás (tárgyak, logikai készlet elemei, alakzatok, szavak...) szempontjának/szempontjainak felfedeztetése.	

	Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése, például néhány természetes szám közül 3-mal osztva 1 maradékot adó számok kiválasztása Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra. Konkrét elemek két tulajdonság szerinti válogatása során a mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek és a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán. A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása. Játék logikai készlettel.
--	---

2. témakör	Matematikai logika, kombinatorika	Órakeret 4 óra
-------------------	--	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata.	Igaz és hamis állításokat fogalmaz meg.	<i>Magyar nyelv és irodalom: a lényegkiemelés képességének fejlesztése.</i>
Egyszerű stratégiai, logikai és pénzügyi játékok, társasjátékok.	<i>A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok megismerése.</i>	
Kis elemszámú halmaz elemeinek sorba rendezése mindennapi életből vett példákkal.	A logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére.	

Néhány számkártyát tartalmazó készlet elemeiből adott feltételeknek megfelelő számok alkotása. Az összes eset előállítása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás.	Összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	„Igaz”, „hamis”; nyitott mondat, igazsághalmaz; „és”, „vagy”; „legalább”, „legfeljebb”; lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz.	
Javasolt tevékenységek	„Bíróági tárgyalás” játék: a vádlók hamis állításokat fogalmaznak meg például a páros számokról, a védők csoportja pedig cáfolja azokat. „Füllentős” játék csoportban: a csoportok mondanak 3 állítást, egy hamis, kettő igaz; a többieknek ki kell találni, melyik a hamis. Az igazsághalmaz elemeit is tartalmazó, néhány elemből álló halmaz elemeinek kipróbálása a nyitott mondat igazzá tételére. „Rontó” játék: egy kiinduló halmaz elemeire igaz állítás megfogalmazása, ennek elrontása egy új elemmel, majd új igaz állítás megfogalmazása és így tovább. „Einstein-fejtörő” típusú játék: a szereplőkre vonatkozó állítások alapján személyek és tulajdonságok párosítása. Konkrét tárgyakkal, készletek elemeivel, geometriai alkotásokkal az adott feltételeknek megfelelő összes lehetőség kirakása és rendszerezése. Adott ágrajz alapján feladat készítése és „feladatküldés” csoportmunkában.	

3. témakör	Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek	Órakeret 10 óra
-------------------	---	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Oszthatóság fogalma. 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatósági szabályok ismerete és alkalmazása.	Ismeri és alkalmazza a 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatóság szabályait.	<i>Testnevelés: csapatok összeállítása.</i>
Prímszám és összetett szám fogalma. Prímtényezős felbontás.	Ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényezős felbontását 1000-es számkörben.	
A természetes számok csoportosítása osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint.	A természetes számokat osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint csoportosítja.	
Két szám közös osztóinak meghatározása; közös többszörösök meghatározása.	Meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Prímszám, összetett szám, közös osztó, közös többszörös.	
Javasolt tevékenységek	„Bumm” játék a közös többszörösök meghatározásához: a tanulók hangosan számlálnak, például az egyik csoport tagjai az 5 többszöröseinél tapsolnak, a másik csoport tagjai a 7 többszöröseinél dobbantanak. Oszthatósági tulajdonságok megfigyelése 3, 4, 5, ... oldalú hasábra felcsavart számegyenes segítségével. „Osztó-fosztó” játék: az egyik játékos elvesz egy számkártyát, a másik elveheti ennek a számnak az összes, még az asztalon lévő osztóját, ezután a második játékos választ egy számot és így tovább.	

4. témakör	Egész számok, alpműveletek egész számokkal	Órakeret 9 óra
-------------------	---	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Alpműveletek elvégzése az egész számok körében. <i>Az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban.</i> A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban és géppel számolás esetén.	Ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében. A műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti	<i>Természetismeret; hon- és népismeret: földrajzi adatok vizsgálata.</i>
Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása. Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése.	A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít.	<i>Történelem és állampolgári ismeretek: időtartam számolása időszámítás előtti és időszámítás utáni történelmi eseményekkel.</i>
Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés.	A fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.	<i>Természetismeret: összehasonlítás, számolás földrajzi adatokkal: tengerszint alatti mélység, tengerszint feletti magasság</i>

		<i>szűkebb és tágabb környezetünkben (a Földön).</i>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Ellentett, negatív szám, előjel, egész szám, abszolút érték, kerekítés, becslés, ellenőrzés.	
Javasolt tevékenységek	Vagyoni helyzet megállapítása játékpénzzel és adósságcédulákkal. Hőmérséklet-változás követése hőmérőmodellen. Számok szemléltetéséhez, összehasonlításához, sorba rendezéséhez „élő számegyenes” létrehozása: a tanulók egy, a hátukra ragasztott számot képviselnek, és az értéküknek megfelelően foglalják el a helyüket. Kukás játék: mindenki rajzol 5 négyzetet és egy kukát; számokat húznak például (–10)-től (+10)-ig számkártyákból; a húzott számot mindenki beírja valamelyik négyzetbe úgy, hogy a négyzetekben levő számok végül növekvő sorrendben legyenek; ha valaki nem tudja beírni a húzott számot, akkor az a szám megy a kukába; az győz, aki leghamarabb kitölti minden négyzetét. Az előírt művelet szemléltetése játékpénzzel és adósságcédulákkal. Az előírt művelet szemléltetése a számegyenesen való lépegetéssel, például „Hol van a kisautó, ha ... ?” Gazdálkodj okosan! játék rövidített formája kevés, kis címletű készpénzzel úgy, hogy a játékos kénytelen legyen kölcsönt felvenni; szerencsekártya használata negatív szám kivonásának modellezésére: a bank elengedi 2 Ft adósságot; ha nincs adósságod, vegyél fel kölcsönt. A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása.	

	Adott szöveges feladathoz többféle művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása. Adott szöveges feladathoz megfelelő művelet sor megalkotása. Adott művelet sorhoz szöveges feladat írása. „Nem hiszem” páros játék előjeles mennyiségekkel.
--	---

5. témakör	Alapműveletek közönséges törtekkel	Órakeret 9 óra
-------------------	---	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Reciprok fogalmának ismerete és alkalmazása. Alapműveletek elvégzése a közönséges törtek körében.	Elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével.	<i>Ének-zene: a törtszámok és a hangjegyek értékének kapcsolata.</i>
A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása.	Ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében.	
Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban. Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása.	A műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti.	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Reciprok.
Javasolt tevékenységek	Kör- és téglalapmodell, tányérmodell, színes rúd modell alkalmazása alapműveletek értelmezésére. „21-ezés” dominókkal: minden csoport kap egy kupac lefordított dominót; sorban húzunk, bármikor megállhatunk; a húzott dominót tetszőlegesen fordíthatjuk, egyik oldala a tört számlálója, másik a nevezője; a húzott és megfelelően fordított törtet összeadjuk; akinek az összege 2-nél több, kiesik; az győz, aki legjobban megközelíti a 2-t. A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása. Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása. Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása. Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása.

6. témakör	Alapműveletek tizedes törtekkel	Órakeret 6 óra
-------------------	--	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
---	----------------------------	----------------------------

Az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban. Tizedes törtek írásbeli osztása legfeljebb két tizedes jegyet tartalmazó számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése.	Elvégzi az alpműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével. Írásban összead, kivon és szoroz.	<i>Technika: mérés.</i>
A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása írásban és géppel számolás esetén.	Ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében.	
Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása. Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése. Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés.	A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít. A műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti. A fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Kerekítés.	
Javasolt tevékenységek	Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével.	

	„Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz. A tizedes törttel való osztás bemutatása és megtapasztalása mértékegység-átváltás segítségével. A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása. Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása. Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása. „Nem hiszem” páros játék tizedes törtekkel.
--	--

7. témakör	Arányosság, százalékszámítás	Órakeret 20 óra
-------------------	-------------------------------------	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Egyenes arányosság felismerése hétköznapi helyzetekben. Az egyenesen arányos mennyiségek felismert tulajdonságainak alkalmazása konkrét gyakorlati feladatok megoldásában. Az egyenes arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése.	Felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben. Felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.	<i>Természetismeret: százalékos feliratokat tartalmazó termékek jeleinek felismerése, értelmezése, az információ jelentősége.</i>

Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységeinek ismerete. Az ismert szabványmértékegységek átváltása helyi értékes gondolkodás alapján.	Ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén. Idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.	<i>Hon- és népismeret; természetismeret:</i> <i>Magyarország térképéről méretarányos távolságok meghatározása.</i> <i>A saját település, szűkebb lakókörnyezet térképének használata.</i>
Tötrészkiszámítási feladatok az egyenesen arányos mennyiségek kapcsolatainak alkalmazásával. Századrész és százalék elnevezések párhuzamos használata gyakorlati helyzetekben.	Ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat: főzésnél a tömeg, az űrtartalom mérése.</i> <i>Hon- és népismeret; természetismeret: ősi magyar mértékegységek.</i>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Arány, egyenes arányosság, hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységei.	
Javasolt tevékenységek	Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés esetén.	

	Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő mérése különböző alkalmi (például a ceruza hossza), objektív (például színes rúd) és szabványmértékegységekkel. Annak megtapasztalása, hogy adott egységgel mérve a kisebb mennyiséghez kevesebb, a nagyobb mennyiséghez több egység szükséges. A mérőszám változásának megfigyelése adott mennyiség különböző mértékegységekkel való mérése esetén. Törtrész előállításának megmutatása konkrét modelleken, például a $\frac{2}{3}$ rész kiszámításakor először 3 egyenlő részre osztás az $\frac{1}{3}$ rész kiszámításához, majd 2-vel szorzás. Fogyasztási cikkek címkéin, reklámokban, társadalomismereti és természetismereti tanulmányokban előforduló százalékos adatok értelmezése.
--	---

8. témakör	Egyszerű szöveges feladatok	Órakeret 10 óra
-------------------	------------------------------------	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése.	Egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold. Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.	<i>Magyar nyelv és irodalom: szövegértés, szövegértelmezés.</i>
Matematikai tartalmú egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással.	Matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold.	<i>Vizuális kultúra: elképzelt történetek vizuális megjelenítése különböző</i>

A megoldás ellenőrzése.	Különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít. Megoldását ellenőrzi.	<i>eszközökkel.</i>
A mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással.	<i>Szövegértés fejlesztése: Egyszerű matematikai problémát tartalmazó és a mindennapi élet köréből vett szövegek feldolgozása.</i> <i>Algoritmikus gondolkodás fejlesztése, gondolatmenet tagolása.</i>	<i>Természetismeret: tájékozódás a térképen.</i>
Gazdasági területekről vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással.	Gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Becslés, ellenőrzés.	
Javasolt tevékenységek	„Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal; a tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot; a tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét. Törtrészek összehasonlítását tartalmazó szöveges feladatokban a törtrészek szemléltetése szakaszokkal.	

9. témakör	A függvény fogalmának előkészítése	Órakeret 10 óra
-------------------	---	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása. A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések tulajdonságainak megfigyelése, elemzése. Tájékozódás térképen, nézőtéren, sakktáblán és a koordináta-rendszerben.	Konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre. Tájékozódik a koordináta-rendszerben: koordinátaival adott pontot ábrázol, megadott pont koordinátáit leolvassa.	<i>Magyar nyelv és irodalom: költők és műveik hozzárendelése.</i>
Egyenes arányosság grafikonjának felismerése.	Felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben. Felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Megfeleltetés, egyenes arányosság, koordináta-rendszer, pont koordinátái, grafikon.	
Javasolt tevékenységek	A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése. Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal. A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése. Mozijegy, színházjegy adatainak értelmezése; saját útvonal berajzolása térképre; torpedó játék, kültéri tájékozódási verseny. „Telefonos” játék párban vagy csoportban: az egyik játékos elkészít egy rajzot a koordináta-rendszerben úgy, hogy más ne láthassa; ezután az ábra néhány pontjának koordinátáit közli a többiekkel, ami alapján nekik is ugyanazt kell létrehozniuk. Egyenes arányosság gyakorlati feladatainak adataiból grafikon készítése.	

	„Nem hiszem” páros játék: különböző grafikonok közül az egyenes arányosság grafikonjának kiválasztása.
--	--

10. témakör	Sorozatok	Órakeret 8 óra
--------------------	------------------	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Sorozatok létrehozása számokból, jelekből, alakzatokból. Sorozatok adott szabály szerinti folytatása.	Sorozatokat adott szabály alapján folytat.	<i>Testnevelés és sport; ének-zene; dráma és tánc: ismétlődő ritmus, tánclépés, mozgás létrehozása, helymeghatározás a sportpályán.</i>
Szabálykövetés ritmusban, rajzban, számolásban. Adott sorozat esetén legalább egy szabály felismerése és megfogalmazása.	Néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Sorozat, számsorozat, szabály.	
Javasolt tevékenységek	Számok, sorminták, díszítőelemek, kották, népi motívumok tanári bemutatása, tanulói saját munka készítése. Megkezdett ritmusgyakorlat megismétlése, tovább fűzése. Megkezdett díszítő motívum, sorminta folytatása. „Bumm” játék: számolási szabály követése, például a 7-tel osztható és a 7-est tartalmazó számokra.	

	A tanár által megkezdett sorozat minél több szabályának gyűjtése csoportmunkában Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal. A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése.
--	--

11. témakör	Síkbeli alakzatok	Órakeret 10 óra
--------------------	--------------------------	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Környezetünk tárgyaiban a geometriai alakzatok felfedezése.	Felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat.	<i>Vizuális kultúra: párhuzamos és merőleges egyenesek megfigyelése környezetünkben.</i>
Egyenes, félegyenes és szakasz megkülönböztetése. Síkbeli görbék közül a kör kiválasztása. Síkbeli alakzatok közül a sokszögek kiválasztása.	Ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.	<i>Hon- és népismeret: népművészeti minták, formák.</i>
Háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség. Háromszögek csoportosítása szögeik és oldalaik szerint. Téglalap és négyzet tulajdonságainak ismerete, alkalmazása.	A háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában. Ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma. Ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat; vizuális kultúra: párhuzamos és merőleges egyenesek megfigyelése környezetünkben (sínpár, épületek, bútorok, képkeretek stb. élei).</i>

	Ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat. Ismeri a háromszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség. Csoportosítja a háromszögeket szögeik és oldalaik szerint.	
Tengelyesen szimmetrikus háromszögek ismerete.	Ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget.	<i>Vizuális kultúra: speciális háromszögek a művészetben.</i>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Síkidom, sokszög, belső szög, külső szög; hegyesszögű, derékszögű, tompaszögű, egyenlő szárú és szabályos háromszög; téglalap, négyzet.	
Javasolt tevékenységek	Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a lényegtelen tulajdonságok kizárása). Különböző készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása. Papír háromszög sarkainak levágása és egymás mellé helyezése. Szívószálból, hurkapálcából háromszög készítése (lehetséges és lehetetlen helyzetek). Papír háromszögek hajtogatásával vagy síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése. Háromszögeket tartalmazó készletből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása. Papír téglalap és négyzet tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása. Szabálytalan alakú papírból téglalap, négyzet hajtogatása. Tangram játék.	

12. témakör	Transzformációk, szerkesztések	Órakeret 20 óra
-------------	--------------------------------	--------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Tapasztalatszerzés síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben. Egybevágó alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben.	Tapasztalatot szerez a síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben. Felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat. Felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben.	<i>Vizuális kultúra: térbeli tárgyak síkbeli megjelenítése.</i>
Tengelyes tükrözés ismerete és alkalmazása. Tengelyesen szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben. Alakzatok tengelyes tükröképének megszerkesztése.	Megszerkeszti alakzatok tengelyes tükröképét.	
Alapszerkesztések: szakaszfelező merőleges, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése; szögfelezés, szögmásolás. Néhány adott feltételnek megfelelő ábra pontos szerkesztése.	Ismeri az alapszerkesztéseket: szakaszfelező merőlegest, szögfelezőt, merőleges és párhuzamos egyeneseket szerkeszt, szöget másol. Ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget.	
Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése.	A szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít; és geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát.	
	Ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tiszttában van alkalmazási lehetőségeikkel.	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szimmetriatengely, tengelyes szimmetria, merőlegesség, párhuzamosság, szakaszfelező merőleges, szögfelező félegyenes.
Javasolt tevékenységek	Az osztályterem bútorainak mozgatása, tologatása, forgatása; saját eszközök mozgatása a padon. Ábrák másolása másolópapír (például: sütőpapír) segítségével; a másolat mozgatása. Szimmetrikus alkotások előállítása például tükör, hajtogatás, digitális eszköz segítségével. Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület egybevágó részeinek keresése, tengelyesen szimmetrikus alakzatok kiválasztása. Tengelyes tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó).

13. témakör	Térgeometria	Órakeret 6 óra
--------------------	---------------------	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Környezetünk tárgyaiban a geometriai testek felfedezése. Építmények készítése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján.	Testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján.	<i>Vizuális kultúra: térbeli tárgyak síkbeli megjelenítése.</i>
Testekről, építményekről nézeti rajzok, alaprajzok, hálók készítése.	A kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti.	

Testek közül gömb kiválasztása.	Ismeri a gömb tulajdonságait.	
Téglatest, kocka tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló.	Ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló. A kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Test, kocka, téglatest, lap, él, csúcs, lapátló, testátló, alaprajz, háló, nézet.	
Javasolt tevékenységek	Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása). Téglatest- és kockamodell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése. Készletből adott szempontnak megfelelő elemek válogatása. Építés dobozokból, színes rudakból, kis kockákból (kockacukor) feltételek alapján; lapok, élek, csúcsok, nézetek, hálók megfigyelése. Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben. Zsinóros térgeometriai modellek használata.	

14. témakör	Leíró statisztika	Órakeret 5 óra
--------------------	--------------------------	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Adatokat, táblázatokat és diagramokat tartalmazó források felkutatása (például háztartás, sport, egészséges életmód, gazdálkodás).		<i>Természetismeret: időjárás grafikonok</i>
A táblázatok adatainak értelmezése és ábrázolása (oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram) kisméretű mintán.	Értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat: menetrend adatai.</i>
A hétköznapi életből gyűjtött adatok táblázatba rendezése, ábrázolása hagyományos és digitális eszközökkel kisméretű minta esetén.	Adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is.	<i>Informatika: adatkezelés, adatfeldolgozás, információ-megjelenítés.</i>
Táblázatból adatgyűjtés adott szempont szerint.	Megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg.	
Azonos adathalmazon alapuló kördiagram és oszlopdiagram összehasonlítása becslés alapján kisméretű minta esetén.	Különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak.	<i>Testnevelés és sport: teljesítmények adatainak, mérkőzések eredményeinek táblázatba rendezése.</i>
Átlag fogalmának ismerete, alkalmazása.	Konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Adat, diagram, átlag.	

Javasolt tevékenységek	Projektmunka, például iskolai büfével vagy szelektív hulladékgyűjtéssel kapcsolatos felmérés készítése (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása). Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában.
-------------------------------	--

15. témakör	Valószínűség-számítás	Órakeret 5 óra
--------------------	------------------------------	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Egyszerű valószínűségi játékok és kísérletek.	Valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is.	<i>Testnevelés: játék.</i>
Valószínűségi játékok és kísérletek adatainak tervszerű gyűjtése.	Valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteket, játékában stratégiát követ.	
A „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” események felismerése.	Ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valószínűségi kísérlet, „biztos” esemény; „lehetséges, de nem biztos” esemény; „lehetetlen” esemény.	

Javasolt tevékenységek

Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmékkal, szerencsekerékkel, zsákba helyezett színes golyókkal.

Játék eseménykártyákkal a „biztos”, „lehetséges, de nem biztos”, „lehetetlen” események megkülönböztetésére, események gyakoriságának megfigyelésére csoportmunkában: valószínűségi kísérlethez (például 3 korongot feldobunk) tartozó eseményeket írunk kártyákra (például mindhárom kék; több a kék, mint a piros; nincs piros; van kék; van két egyforma szín; egyik színből sincs legalább kettő); kiosztjuk a kártyákat, elvégezzük a kísérletet, majd mindenki rátesz egy zsetont arra a kártyájára, amelyikre írt esemény bekövetkezett; a kísérletek végén elemzés: melyik a jó kártya, melyik rossz, melyiket választanád.

Tippelős játék eseménykártyákkal: minden kártyára mindenki odaírja a tippjét, hogy 20 kísérletből szerinte hányszor következik be; ellenőrizzük a kísérletek elvégzésével.

Bökös játék csoportban: minden körben a 100-as tábláról véletlenszerűen választunk egy számot (bökünk vagy papírgalacsint dobunk a táblára); a játék elején mindenkinek van 5 korongja; körönként a szám választása előtt minden játékos egy-egy koronggal tippel, például kékre fordítja, ha a szám 7-tel osztható, pirosra, ha nem; ha nem találta el, elvesztette a korongját, ha talált, akkor nem; az veszít, akinek hamarabb elfogynak a korongjai.

10 korongot feldobunk; a számegyenesen a 0-ból indulva annyit lépünk pozitív irányba, ahány pirosat dobtunk, majd innen annyit negatív irányba, ahány kéket; tippeld meg, hova jutsz; válassz 4 számkártyát, nyersz, ha ezek valamelyikére jutsz.

„Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például lehetséges, de nem biztos, hogy két dobókockával dobva a dobott számok összege 13), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít.

	„Szavazós” játék: a tanár vagy egy tanuló állítást fogalmaz meg egy kísérlet kimenetelére (például két dobókockával a dobott számok szorzata 40); az osztály szavaz a „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” döntések valamelyikére.
--	--

7. évfolyam

Témakör címe	órakeret
1. Halmazok, számhalmazok	6 óra
2. Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	10 óra
3. Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök	10 óra
4. Arányosság, százalékszámítás	22 óra
5. Szöveges feladatok előkészítése	16 óra
6. Síkbeli alakzatok	10 óra
7. Transzformációk, szerkesztések	8 óra
8. Térgeometria	8 óra
9. Leíró statisztika	8 óra
10. Valószínűség-számítás	4 óra
11. Év végi összefoglalás	6 óra
Összes óraszám:	108 óra

Sprachliche Kompetenzen

Operatoren³ (sprachliche Handlungsaufforderungen, Arbeitsanweisungen) im Fach Mathematik, die in den Jahrgangsstufen 7-8 verwendet werden

Erläuterung zu den Operatoren in der Tabelle:

beobachten (Kl.4←): Der Operator wurde bereits eingeführt, der Schüler/die Schülerin kann diesen Operator ab Ende der Klasse 4 richtig verwenden.

zusammenfassen (Kl.6←): Der Operator wurde bereits eingeführt, der Schüler/die Schülerin kann diesen Operator ab Ende der Klasse 6 richtig verwenden.

analysieren: Der Operator muss in den Klassenstufen 7-8 eingeführt werden.

berechnen: Fachspezifischer Operator, der in den Mathematikstunden eingeführt werden muss.

OPERATOREN	ERLÄUTERUNGEN
<i>Reproduktion</i>	<i><u>Wiedergabe</u> von Sachverhalten aus einem begrenzten Gebiet und im gelernten Zusammenhang sowie die <u>Verwendung</u> gelernter und geübter Arbeitstechniken und Methoden.</i>
beobachten (Kl.4←)	Personen, Gegenstände, Erscheinungen und Vorgänge gezielt wahrnehmen und erfassen.
nennen (Kl.4←)	Inhalte, Sachverhalte aus vorgegebenem Material oder Kenntnisse in eigenen Worten ohne Kommentierung angeben bzw. fachsprachlich richtig bezeichnen.
beschreiben (Kl.4←)	Gegenstände, Sachverhalte, Personen und Vorgänge geordnet und verständlich wiedergeben.

³ Wurzeln und Flügel: Sprachliche Kompetenzen für den bilingualen Fachunterricht der deutschen Nationalitätenschulen in Ungarn, Teil 01, S. 20-52
<https://udpi.hu/hu/sprachliche-kompetenzen-teil-i/file>

OPERATOREN	ERLÄUTERUNGEN
<i>berechnen (Kl.4←)</i>	Ergebnisse von einem Ansatz oder einer Formel ausgehend durch Rechenoperationen gewinnen.
<i>zeichnen, graphisch darstellen (Kl.4←)</i>	Eine maßstäblich hinreichend exakte graphische Darstellung anfertigen.
<i>erstellen (Kl.6←)</i>	Sachverhalte, Zusammenhänge, Methoden oder Daten in übersichtlicher, fachlich sachgerechter oder vorgegebener Form darstellen
<i>vereinfachen</i>	komplexe Terme oder Gleichungen auf eine Grundform oder eine leichter weiter zu verarbeitende Form bringen
Reorganisation/Transfer	<i>Das selbstständige <u>Bearbeiten</u>, <u>Ordnen</u> und <u>Erklären</u> bekannter Sachverhalte sowie das angemessene <u>Anwenden</u> gelernter Inhalte und Methoden auf andere Sachverhalte.</i>
gliedern (Kl.4←)	Unterrichtsgegenstände nach selbst gewählten oder vorgegebenen Kriterien in Gruppen ordnen.
einordnen/zuordnen (Kl.4←)	Einen Sachverhalt/eine Aussage nachvollziehbar in einen genannten Zusammenhang einfügen.
charakterisieren (Kl.4←)	Die wesentlichen Merkmale von Unterrichtsgegenständen erarbeiten.

OPERATOREN	ERLÄUTERUNGEN
erklären (Kl.4←)	Prozesse, Phänomene und Zusammenhänge von Erscheinungen erfassen und fachsprachlich angemessen hinsichtlich ihrer Gesetzmäßigkeiten bzw. Ursachen nachvollziehbar darstellen.
vergleichen (Kl.4←)	Nach vorgegebenen oder selbst gewählten Gesichtspunkten Gemeinsamkeiten, Ähnlichkeiten und Unterschiede ermitteln und darstellen.
untersuchen (Kl.4←)	Unter bestimmten Aspekten Materialien auf Sachverhalte, Leitgedanken hin untersuchen und Zusammenhänge zwischen den Sachverhalten herstellen.
zusammenfassen (Kl.6←)	Das Wesentliche in konzentrierter und übersichtlicher Form unter Verwendung der Fachsprache herausstellen.
skizzieren (Kl.6←)	Einen Sachverhalt unter einem leitenden Gesichtspunkt in seinen Grundzügen (ggf. über eine grafische Darstellung) verdeutlichen.
darstellen (Kl.6←)	Sachverhalte, Zusammenhänge, Methoden oder Modellvorstellungen strukturiert, fachsprachlich zutreffend wiedergeben, so dass ggf. auch Beziehungen bzw. Entwicklungen deutlich werden.
definieren (Kl.6←)	Die Bedeutung eines Begriffes unter Angabe eines Oberbegriffes und wesentlicher Merkmale kurz und exakt formulieren.

OPERATOREN	ERLÄUTERUNGEN
prüfen und überprüfen (Kl.6←)	Mit Hilfe eigener Beobachtungen oder eigenen Wissens eine genaue Kontrolle der Grundlagen und der Folgerichtigkeit von Gedankengängen und/oder Sachverhalten durchführen.
auswerten (Kl.6←)	Aus einem vorliegenden Sachverhalt Informationen entnehmen und sie für die Bearbeitung bestimmter Aufgaben- und/oder Fragestellungen verwenden.
begründen (Kl.6←)	Einen Sachverhalt auf Regeln und Gesetzmäßigkeiten zurückführen bzw. für ihn den Zusammenhang zwischen Ursache und Wirkung herstellen.
analysieren	Unter gezielten Fragestellungen Merkmale eines Sachverhaltes systematisch herausarbeiten und ggf. in Zusammenhängen darstellen.
beweisen/nachweisen	Mit Hilfe von sachlichen Argumenten und ggf. mit treffenden Beispielen durch logisches Herleiten zeigen, dass eine Behauptung/Aussage richtig ist.
<i>entscheiden (Kl.4←)</i>	einen Sachverhalt oder eine Behauptung unter Verwendung gültiger Schlussregeln oder Berechnungen auf bekannte, gültige Aussagen zurückführen
Reflexion/Problemlösung	<u>Umfasst den reflexiven Umgang mit neuen Problemstellungen, sowie das selbstständige Anwenden von Methoden mit dem Ziel, zu Begründungen, Deutungen, Wertungen und Beurteilungen zu gelangen.</u>

OPERATOREN	ERLÄUTERUNGEN
Schlussfolgerungen ziehen	Aus einer Kombination mehrerer Informationen Zusammenhänge herausarbeiten und Folgen ableiten.
Hypothesen bilden	Eine begründete Vermutung auf der Grundlage von Beobachtungen, Untersuchungen, Experimenten formulieren.
diskutieren	Zu einem Problem, einem Sachverhalt verschiedene Positionen im Dialog gegenüberstellen, Argumente austauschen, abwägen und abschließend die eigene Meinung formulieren.

1. témakör	Halmazok, számhalmazok	Órakeret 6 óra
-------------------	-------------------------------	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Halmazokba rendezés több szempont szerint. Halmazábra készítése.	Elemeket halmazba rendez több szempont alapján.	<i>Informatika: könyvtárszerkezet a számítógépen.</i>
Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegyenesen.	Számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol.	
Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben.	véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben.	<i>Természetismeret; hon- és népismeret: földrajzi adatok vizsgálata.</i>
Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése. Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete.	Ismeri a racionális számokat.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám; véges, végtelen szakaszos és tizedes tört.	
Javasolt tevékenységek	Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint. Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése. Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése. Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz előállítás. Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra, például $A = \{\text{paralelogrammák}\}$ halmaz részhalmaz $B = \{\text{rombuszok}\}$, nem részhalmaz $C = \{\text{deltoidok}\}$.	

	Konkrét elemek szétválogatása adott tulajdonság és a tagadása szerint, például az osztály tanulói közül az iskolától legfeljebb 1 km-re élők és a távolabb lakók. Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a mindegyik tulajdonsággal rendelkező elemek, a pontosan egy tulajdonsággal, a pontosan két tulajdonsággal és az egyetlen tulajdonsággal sem rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán. A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása. Logikai szita megvizsgálása, például 5 piros meg 4 kör összesen 7 elem a logikai készletből. Csoportmunkában különböző közönséges törtök átírása úgy, hogy minden lehetséges tizedes tört típus alakja előforduljon; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése. Játék makaó-jellegű kártyajátékkal: törtök különböző alakjainak keresése.
--	---

2. témakör	Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 10 óra
-------------------	--	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása.	Igaz és hamis állításokat fogalmaz meg.	<i>Magyar nyelv és irodalom: a lényegkiemelés képességének fejlesztése.</i>
Egyszerű stratégiai és logikai játékok.	Összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket.	

Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül. Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	„Minden”, „van olyan”.	
Javasolt tevékenységek	„Bírósági tárgyalás” játék. „Einstein-fejtörő” típusú játék. „Rontó” játék. NIM játék; táblás játékok. Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett. Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is). Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása. Lehetséges útvonalak összeszámlálása. Fagylalt vásárlása helyre vagy tölcserbe Számkártyás feladatok megoldása. Gráfok alkalmazása kézfogások, köszöntések, körmérkőzések (visszavágóval vagy anélkül), családfák, ismeretségek szemléltetésére, különböző feltételek szerinti esetszétválasztás áttekintésére. Logikai készlet épülésének szemléltetése gráffal.	

3. témakör	Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök	Órakeret 10 óra
-------------------	---	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül. Összetett számok prímtényezős felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben.	Ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényezős felbontását 1000-es számkörben.	
Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása.	Meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét.	
Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényezős felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása.	Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja.	<i>Kémia: az anyagmennyiség mértékegysége (a mól). Földrajz: termelési statisztikai adatok.</i>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Prímszám, összetett szám, prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám.	
Javasolt tevékenységek	Eratoszthenészi szita alkalmazása prímek keresésére. Prímtényezős felbontás kirakása színes rudakkal. Prímtényezős felbontás algoritmusának megmutatása. „Bumm” játék a közös többszörösök felismerésére. Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása prímtényezőkkal. Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére. Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására.	

4. témakör	Arányosság, százalékszámítás	Órakeret 22 óra
-------------------	-------------------------------------	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben.	Felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben.	<i>Hon- és népismeret; természetismeret:</i> <i>Magyarország térképéről méretarányos távolságok meghatározása. A saját település, szűkebb lakókörnyezet térképének használata.</i>
Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása.	Felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.	
Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom. Banki ajánlatok (ügyműveletdíjak, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása.	Ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold.	

Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása.		
A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése. Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása.	Ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén. Idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei.	
Javasolt tevékenységek	Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén. A fordított arányosság megtapasztalása torta, csokoládé egyenlő részekre osztásával. Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes mozgás (adott út megtételénél sebesség–menetidő) esetén. Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása. Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott példák, problémák feldolgozása és bemutatása csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése. Projektmunka, például összejövétel, jótekonysági süteményvásár, osztálykirándulás költségvetésének tervezése. Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel. Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges. A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után.	

	Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása, például 1 dm élű üreges kocka feltöltése 1 liter folyadékkal.
--	--

5. témakör	Szöveges feladatok előkészítése	Órakeret 16 óra
-------------------	--	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére.	Különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.	<i>Magyar nyelv és irodalom: szövegértés, szövegértelmezés</i>
Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása. Helyettesítési érték számolása.	Egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan: Képletek átalakítása. A képlet értelme, jelentősége. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.</i>
Egytagú kifejezések számmal való szorzása. Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása. Két tagból közös számtényező kiemelése.	Egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; technika, életvitel és gyakorlat: számításos feladatok.</i>

Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvével.	Egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvével megold.	<i>Fizika: összefüggések megfogalmazása, leírása a matematika nyelvén.</i>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; kiemelés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelv.	
Javasolt tevékenységek	Adott problémához többféle, ismeretlent tartalmazó műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása. Adott problémához megfelelő, betűt tartalmazó műveletsor megalkotása. Adott, ismeretlent tartalmazó műveletsorhoz szöveges feladat írása. „Dominó”, „triminó” játékkal az eredeti kifejezés és az átalakított kifejezés párba állítása. „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletssorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal. A tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot. A tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét. A fejben alkalmazott lebontogatási stratégia felfedése és formális leírása. Mérlegelv bevezetése kétkarú mérleg alkalmazásával.	

6. témakör	Síkbeli alakzatok	Órakeret 10 óra
-------------------	--------------------------	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
---	----------------------------	----------------------------

Háromszögek külső szögeinek összege. Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma.	Ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma.	<i>Vizuális kultúra: párhuzamos és merőleges egyenesek megfigyelése környezetünkben.</i>
A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra.	Ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet. Ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat.	<i>Hon- és népismeret: népművészeti minták, formák.</i>
Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások.	A háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában. Meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét.	
Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete.	Ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk.	
Javasolt tevékenységek	Párhuzamos szélű papírcsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása; annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni, hogy téglalapot kapjunk; téglalapból négyzet nyírása, négyzetből téglalap nyírása Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése	

	Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása „Rontó” játék speciális négyszögekkel Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása Matematikatörténeti vonatkozások gyűjtése, tanulói kiselőadás tartása Derékszög kijelölése csomós kötéllel „Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr mentén, átmérő mentén, sugár mentén.
--	--

7. témakör	Transzformációk, szerkesztések	Órakeret 8 óra
-------------------	---------------------------------------	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása. Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben. Alakzatok középpontos tükröképének megszerkesztése. Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése.	Megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükröképét.	<i>Vizuális kultúra:</i> <i>Középpontosan szimmetria.</i>
Dinamikus geometriai szoftver használata.	Ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.	<i>Informatika: dinamikus geometriai szoftverek.</i>

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szimmetria-középpont, középpontos szimmetria.
Javasolt tevékenységek	Ábrák másolása másolópapír (például sütőpapír) segítségével; a másolat síkban való pont körüli elfordítása 180°-kal; tulajdonságok megfigyelése. Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület középpontosan szimmetrikus alakzatainak kiválasztása. Középpontos tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó). Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése. Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel.

8. témakör	Térgeometria	Órakeret 8 óra
-------------------	---------------------	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Testek hálójának készítése.	A kocka, a téglatest hálóját elkészíti. Testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján. Ismeri a kocka, a téglatest következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma. Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja.	<i>Vizuális kultúra: térbeli tárgyak síkbeli megjelenítése.</i> <i>Technika, életvitel és gyakorlat; vizuális kultúra: párhuzamos és merőleges egyenesek megfigyelése környezetünkben (sínpár,</i>

	A kocka, a téglatest tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.	<i>épületek, bútorok, képkeretek stb. élei).</i>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Alaplap, alapél, oldallap, oldalél, testmagasság.	
Javasolt tevékenységek	Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása). Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben. Zsinóros térgeometriai modellek készítése és használata.	

9. témakör	Leíró statisztika	Órakeret 8 óra
-------------------	--------------------------	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése.	Értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti.	<i>Természetismeret: időjárás grafikonok.</i>
Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon.	Adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat: menetrend adatai.</i>
Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak.	Különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak.	<i>Informatika: adatkezelés, adatfeldolgozás, információ-megjelenítés.</i>

Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint. Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása.	Megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg.	<i>Kémia: adatok vizsgálata a levegő és a víz szennyezettségére vonatkozóan.</i>
Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása. Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása. Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása.	Konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.	<i>Testnevelés és sport: teljesítmények adatainak, mérkőzések eredményeinek táblázatba rendezése.</i>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram.	
Javasolt tevékenységek	Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában. Projektmunka, például felmérés készítése zenehallgatási szokásokról, IKT-eszközök használatáról, sportolási szokásokról (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása). Konkrét adathalmazok középérték-mutatóinak megállapítása és összehasonlítása csoportmunkában.	

10. témakör	Valószínűség-számítás	Órakeret 4 óra
--------------------	------------------------------	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is. .	Valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is.	<i>Testnevelés: játék.</i>
Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése.	valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ.	
Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál. A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során.	Ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Esély, gyakoriság, relatív gyakoriság.	
Javasolt tevékenységek	Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmével, szerencsekerékkel, Galton-deszkával, zsákba helyezett színes golyókkal. Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a tanulók a játék elején tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán levő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról levehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok. Játék számkorongokkal: 3 korong piros és kék oldalára is számokat írtunk; feldobjuk egyszerre a 3 korongot; kártyákra eseményeket írunk a dobott számok összegére, szorzatára vonatkozó tulajdonságokkal; figyeljük meg, van-e lehetetlen, van-e biztos esemény; tippeljük az események gyakoriságára.	

	Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegénél álló korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja. Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobások eredményének megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket. 21-ezés különbözőképpen számozott dobókockákkal, dominókkal. „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például nagyobb eséllyel lehetséges számozott dodekaéder dobótesttel prímszámot dobni, mint összetett számot), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít. „Szavazós” játék páros vagy csoportmunkában: valószínűségi játék vagy kísérlet előtt a tanulók összegyűjtik a lehetséges kimeneteleket, majd egyesével tippelnek a bekövetkezési esélyekről.
--	---

8. évfolyam

Témakör címe	órakeret
1. Halmazok, számhalmazok	6 óra
2. Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	8 óra
3. Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök	8 óra
4. Szöveges feladatok	22 óra
5. A függvény fogalmának előkészítése	12 óra
6. Síkbeli alakzatok	10 óra
7. Transzformációk, szerkesztések	12 óra
8. Térgeometria	12 óra
9. Leíró statisztika	4 óra
10. Valószínűség-számítás	8 óra
11. Év végi összefoglalás	6 óra
Összes óraszám:	108 óra

1. témakör	Halmazok, számhalmazok	Órakeret 6 óra
-------------------	-------------------------------	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Halmazokba rendezés több szempont szerint. Halmazábra készítése. Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben.	Elemeket halmazba rendez több szempont alapján; részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol.	<i>Természetismeret; hon- és népismeret: földrajzi adatok vizsgálata.</i>
Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegyenesen.	Számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol.	<i>Informatika: könyvtárszerkezet a számítógépen.</i>
Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre.	Ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Végtelen nem szakaszos tizedes tört.	
Javasolt tevékenységek	Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint. Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése. Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése. Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz előállítás. Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra, például $A = \{\text{paralelogrammák}\}$ halmaz részhalmaza $B = \{\text{rombuszok}\}$, nem részhalmaza $C = \{\text{deltoidok}\}$. Konkrét elemek szétválogatása adott tulajdonság és a tagadása szerint, például az osztály tanulói közül az iskolától legfeljebb 1 km-re élők és a távolabb lakók.	

	Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a mindegyik tulajdonsággal rendelkező elemek, a pontosan egy tulajdonsággal, a pontosan két tulajdonsággal és az egyetlen tulajdonsággal sem rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán. A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása. Logikai szita megtapasztalása, például 5 piros meg 4 kör összesen 7 elem a logikai készletből. Csoportmunkában különböző közönséges törték átírása úgy, hogy minden lehetséges tizedes tört típus alakja előforduljon; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése. Játék makaó-jellegű kártyajátékkal: törték különböző alakjainak keresése.
--	--

2. témakör	Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 8 óra
-------------------	--	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata. Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is.	Tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít. A logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére.	<i>Magyar nyelv és irodalom: a lényegkiemelés képességének fejlesztése.</i>
Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás.	Összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket.	

Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére.	Konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	„Minden”, „van olyan”, gráf, gráf csúcsa, gráf éle.	
Javasolt tevékenységek	„Bírósági tárgyalás” játék „Einstein-fejtörő” típusú játék. „Rontó” játék. NIM játék; táblás játékok. Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett. Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is). Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása. Lehetséges útvonalak összeszámlálása. Fagylalt vásárlása helyre vagy tölcsérbe. Számkártyás feladatok megoldása. Gráfok alkalmazása kézfogások, köszöntések, körmérkőzések (visszavágóval vagy anélkül), családfák, ismeretségek szemléltetésére, különböző feltételek szerinti esetszétválasztás áttekintésére. Logikai készlet épülésének szemléltetése gráffal.	

3. témakör	Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök	Órakeret 8 óra
-------------------	---	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
---	----------------------------	----------------------------

Négyzetszámok négyzetgyökének kiszámolása.	Négyzetszámok négyzetgyökét meghatározza.	<i>Földrajz: csillagászat</i>
	Ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban.	<i>Matematikatörténet.</i>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Négyzetszámok négyzetgyöke.	
Javasolt tevékenységek	Négyzet kirakása kisebb egybevágó négyzetekkel. Négyzet területéből a négyzet oldalának meghatározása, ha a terület mérőszáma négyzetszám.	

4. témakör	Szöveges feladatok	Órakeret 22 óra
-------------------	---------------------------	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása).	Különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.	<i>Magyar nyelv és irodalom: szövegértés, szövegértelmezés.</i> <i>Vizuális kultúra: elképzelt történetek vizuális megjelenítése különböző eszközökkel.</i>

Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel. Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel.	Matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold.	<i>Hon- és népismeret; természetismeret: Magyarország térképéről méretarányos távolságok meghatározása. A saját település, szűkebb lakóköznyezet térképének használata.</i>
Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása.	Gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold.	<i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek; pénzügyi, gazdasági kultúra: árfolyam, infláció, hitel, betét, kamat.</i>
Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése.	Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.	<i>Fizika; kémia; biológia- egészségtn; földrajz; technika, életvitel és gyakorlat: számításos feladatok. Kémia: számítási feladatok.</i>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Ellenőrzés.	
Javasolt tevékenységek	Szöveges feladatok megoldása csoportmunkában „feladatküldéssel”, „szakértői mozaik” alkalmazásával. Gyűjtőmunka, csoportmunka, projekt készítése pénzügyi tudatosság területét érintő témák feldolgozására, például a háztartások bevételei és kiadásai: munkabér, bruttó	

	bér, nettó bér, adó, kamat, társadalmi jövedelem (családi pótlék, nyugdíj), ösztöndíj, hitel. A költségvetés tervezése: háztartási napló, pénzügyi tervezés, egyensúly, többlet, hiány. Egy tizenéves pénztárcája: zsebpénz, diákmunka, alkalmi jövedelmek, kimutatás a pénzmozgásokról, saját pénzügyi célok, tervek; korszerű pénzkezelés: bankszámla, bankkártyaválasztás, megtakarítások.
--	--

5. témakör	A függvény fogalmának előkészítése	Órakeret 12 óra
-------------------	---	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben	Felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben.	<i>Fizika; biológia- egészségtan; kémia; földrajz: függvényekkel leírható folyamatok.</i>
Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása.	Felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.	
Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása. Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása.	Konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre.	
Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása.	Értéktáblázatok adatait grafikusan ábrázolja.	

Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés-csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont.	Egyszerű grafikonokat jellemez.	<i>Fizika: út-idő grafikon.</i>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon.	
Javasolt tevékenységek	A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése. Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal. A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése. Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése) csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése. Az egyenes és fordított arányosság, mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása. Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása.	

6. témakör	Síkbeli alakzatok	Órakeret 10 óra
-------------------	--------------------------	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások.	A háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában; meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét.	<i>Vizuális kultúra: párhuzamos és merőleges egyenesek megfigyelése környezetünkben.</i>

Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása.	Ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban.	<i>Hon- és népismeret: népművészeti minták, formák.</i>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk.	
Javasolt tevékenységek	Párhuzamos szélű papírcsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása; annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni, hogy téglalapot kapjunk; téglalapból négyzet nyírása, négyzetből téglalap nyírása. Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése. Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása. „Rontó” játék speciális négyszögekkel. Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása. Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása. Matematikatörténeti vonatkozások gyűjtése, tanulói kiselőadás tartása. Derékszög kijelölése csomós kötéllal. Pitagorasz-i számhármak keresése. Háromszögelési probléma megoldása derékszögű háromszöggel az osztályteremben, az iskola épületében és a játszótéren. „Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr mentén, átmérő mentén, sugár mentén.	

7. témakör	Transzformációk, szerkesztések	Órakeret 12 óra
-------------------	---------------------------------------	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió.	Geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát.	<i>Vizuális kultúra: művészeti alkotások megfigyelése a tanult transzformációk segítségével.</i>
Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben.	Felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben.	<i>Vizuális kultúra: valós tárgyak arányosan kicsinyített vagy nagyított rajza.</i> <i>Biológia-egészségtan: mikroszkóp.</i> <i>Vizuális kultúra: valós tárgyak arányosan kicsinyített vagy nagyított rajza.</i>
Dinamikus geometriai szoftver használata.	Ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.	<i>Informatika: dinamikus geometriai szoftverek.</i>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Kicsinyítés, nagyítás.	
Javasolt tevékenységek	Ábrák másolása másolópapír (például sütőpapír) segítségével; a másolat síkban való pont körüli elfordítása 180°-kal; tulajdonságok megfigyelése.	

	Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület középpontosan szimmetrikus alakzatainak kiválasztása. Középpontos tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó). Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése. Kicsinyítés és nagyítás megfigyelése, például háromszögvonalzó külső és belső pereme, makett, modell, tervrajz, fénykép, diavetítés, térkép, mikroszkóp, nagyító. Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel.
--	--

8. témakör	Térgeometria	Órakeret 12 óra
-------------------	---------------------	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Környezetünk tárgyaiban a hasáb, a gúla és a gömb alakú testek felfedezése.		<i>Vizuális kultúra: térbeli tárgyak síkbeli megjelenítése.</i>
Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján.	Testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján.	
Testek hálójának készítése.	A hasáb és a gúla hálóját elkészíti.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat; vizuális kultúra: párhuzamos és merőleges egyenesek megfigyelése</i>

		<i>környezetünkben (sín pár, épületek, bútorok, képkeretek stb. élei).</i>
Hasáb és gúla tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló.	A hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló.	<i>Vizuális kultúra: Piramisok.</i>
Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással.	Egyenes hasáb, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti. A hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.	<i>Vizuális kultúra: Pantheon, Colosseum.</i>
A gömb tanult testektől eltérő tulajdonságai A gömb, mint a Föld modellje: hosszúsági körök, szélességi körök tulajdonságai, síkmetszetek.	Ismeri a gömb tulajdonságait.	<i>Földrajz: földgömb, szélességi körök és hosszúsági fokok.</i> <i>Testnevelés és sport: tornaszerek: (labdák, karikák stb.).</i> <i>Vizuális kultúra: építészetben alkalmazott térlefedő lehetőségek (kupolák, víztornyok stb.).</i>

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Hasáb, gúla, gömb, alaplap, alapél, oldallap, oldalél, testmagasság.
Javasolt tevékenységek	Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása). Hasáb és gúla alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése. Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben. Zsinóros térgeometriai modellek készítése és használata. A gömb speciális tulajdonságainak megfigyeléséhez testeket tartalmazó készletből elemek választása megadott szempontok alapján. Földgömb bemutatása matematikai szempontból. Tapasztalatszerzés a gömbi geometria alapjairól például narancson. Egyenes hasáb alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása. Egyenes hasáb alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás).

9. témakör	Leíró statisztika	Órakeret 4 óra
-------------------	--------------------------	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
---	----------------------------	----------------------------

Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése.	Értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti.	<i>Természetismeret: időjárás grafikonok.</i>
Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon.	Adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is.	<i>Kémia: adatok vizsgálata a levegő és a víz szennyezettségére vonatkozóan.</i>
Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak.	Különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak.	<i>Testnevelés és sport; ének-zene; dráma és tánc: ismétlődő ritmus, tánc lépés, mozgás létrehozása, helymeghatározás a sportpályán.</i>
Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint. Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása.	Megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat: menetrend adatai.</i>
Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása. Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása. Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása.	Konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.	<i>Informatika: adatkezelés, adatfeldolgozás, információ-megjelenítés.</i> <i>Német népismeret: A nemzetiségek létszámának változásai.</i>

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram.
Javasolt tevékenységek	Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában. Projektmunka, például felmérés készítése zenehallgatási szokásokról, IKT-eszközök használatáról, sportolási szokásokról (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása). Konkrét adathalmazok középérték-mutatóinak megállapítása és összehasonlítása csoportmunkában.

10. témakör	Valószínűség-számítás	Órakeret 8 óra
--------------------	------------------------------	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is.	Valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is.	<i>Testnevelés: játék.</i>
Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése. Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál. A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során.	Valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ. Ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Esély, gyakoriság, relatív gyakoriság.
Javasolt tevékenységek	Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérméssel, szerencsekerékkel, Galton-deszkával, zsákba helyezett színes golyókkal. Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a tanulók a játék elején tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán levő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról levehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok. Játék számkorongokkal: 3 korong piros és kék oldalára is számokat írtunk; feldobjuk egyszerre a 3 korongot; kártyákra eseményeket írunk a dobott számok összegére, szorzatára vonatkozó tulajdonságokkal; figyeljük meg, van-e lehetetlen, van-e biztos esemény; tippeljünk az események gyakoriságára. Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegénél álló korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja. Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobások eredményének megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket. 21-es és különbözőképpen számozott dobókockákkal, dominókkal. „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például nagyobb eséllyel lehetséges számozott dodekaéder dobótesttel prímszámot dobni, mint összetett számot), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít. „Szavazós” játék páros vagy csoportmunkában: valószínűségi játék vagy kísérlet előtt a tanulók összegyűjtik a lehetséges kimeneteleket, majd egyesével tippelnek a bekövetkezési esélyekről.

Gimnázium 9-12. évfolyama

A középfokú képzés során a matematika tanulása-tanítása tekintetében az egyik legfontosabb feladat a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. A 9. évfolyamtól kezdve a spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

Az 1–4. és 5–8. évfolyamos képzés nevelési-oktatási szakaszait jellemző tanuláshoz és tanításhoz képest a 9–12. évfolyamokon fokozatosan hangsúlyosabbá válik a matematika deduktív jellege. Az új fogalmakat, algoritmusokat, ismereteket viszont továbbra is induktív módon, szemléltetéssel, felfedeztetéssel, tanulói tevékenységekre építve, a valósághoz kapcsolva kell bevezetni.

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztethetők a tanulókkal. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. Néhány tétel bizonyítása azonban elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése. Az új fogalmak megalkotása, az összefüggések, stratégiák felfedezése és az ismereteknek feladatok, problémák megoldása során történő tudatos alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a meglévő ismeretek mobilizálásának képességét, valamint a problémamegoldó gondolkodás eltérő típusainak adekvát használatát. Ennek a folyamatnak az eredményeképpen a tanuló meg tudja állapítani adott állítás, tétel érvényességi és alkalmazási körét, megállapításai, állításai mellett logikusan tud érvelni. A matematika tanulásának-tanításának egyik fő célja, hogy fejlődjön a tanuló mérlegelő gondolkodása, az adatok elemzését, szintézisét és értékelését lehetővé tevő készségek és képességek rendszere. A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ismert számok köre az irracionális számokkal bővül, valamint új műveletek bevezetésére és már ismert műveletek alaphalmazának bővítésére kerül sor a permanenciaelv alapján. Ezen folyamat során a tanuló egyre inkább képes lesz rá, hogy változatos matematikai objektumokat jelölő szimbólumokkal végezzen műveleteket.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. Ehhez – több más fogalom mellett – szükséges a függvény fogalmának változatos (nemcsak számhalmazokon értelmezett) példák mentén történő kiterjesztése.

A tanuló a matematika szaknyelvét érti és tudatosan használja. Életkorának megfelelő matematikai, matematikatörténeti szöveget képes önállóan olvasni, értelmezni. Mind írásban, mind szóban képes gondolatait a matematika szaknyelvének szabatos alkalmazásával közölni. A tanuló különböző forrásokat (tankönyv, függvénytáblázat, saját jegyzet, digitális források) használhat az órákon és a számonkérések alkalmával, bizonyos tételek, azonosságok, képletek felidézésére.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Ebben az életkorban is érvényesülnie kell a tanuló érdeklődésének, adottságának, absztrakciós szintjének megfelelő differenciálásnak. Ez a differenciálás jelentheti a Nat-ban leírt tananyagtartalomnak a lehetőségekhez igazított bővítését is.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

A tanulás kompetenciái: A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

A kommunikációs kompetenciák: A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszere.

A digitális kompetenciák: A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

A matematikai, gondolkodási kompetenciák: A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozhat olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása.

A tanuló mérlegelő gondolkodásának fejlesztése többek között a feladatok megoldása során kapott eredmények elemzésén és értékelésén keresztül történik. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

A személyes és társas kapcsolati kompetenciák: A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanuláson keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái: A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák: A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtagasztja döntései következményét. A matematikai projekteken való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, problémamegoldás, kezdeményezőkézség, másokkal való együttműködés készsége).

A tanterv megfelelő alapokat biztosít azoknak a tanulóknak is, akik majd a 11. évfolyamtól emelt szintű érettségi előkészítő foglalkozásokon szeretnének felkészülni a matematikaigényes pályákra, és természetesen azoknak is, akiknek a középiskola után nem lesz rendszeres kapcsolatuk a matematikával, de egész életükre hatni fog az, hogy középiskolai tanulmányaik során milyen készségeik alakultak ki a problémamegoldásban, a rendszerező, elemző gondolkodásban. Fontosnak tartjuk a természettudományos, műszaki, informatikai pályák megismertetését, bemutatását, amely területeken nem lehetséges megfelelő matematikai kompetenciák nélkül az érvényesülés.

A tanulók későbbi, matematika szempontjából nagyon különböző céljai, és a fogalmi gondolkodásban megnyilvánuló különbségek igen fontosá teszik ebben a szakaszban a differenciálást. Ezért a 9. évfolyam elején a kompetencialapú központi írásbeli felvételi vizsga eredményei és a választott oktatási nyelv alapján csoportbontást készítünk. Fontosnak tartjuk a csoportok közötti átjárhatóság biztosítását.

A 9–10. évfolyamon a korábbi képzési szakaszok során megszerzett ismeretekre és kialakított készségekre, képességekre alapozva – a spirális tananyagfelépítést szem előtt tartva – az egyes témakörök új ismeretei matematikai szempontból egyre pontosabb és elvontabb formában jelennek meg a tanulási-tanítási folyamat során. Egyre határozottabb a fogalmak pontos definiálásának, az állítások, tételek indoklásának, bizonyításának, valamint az általánosításnak az igénye. Erre a szakaszra fokozottan jellemző a korábbi és az új ismeretek egységes rendszerbe foglalása, az egyes témakörökön belüli rendszerezés.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló – a lehetőségekhez mérten – a tanár által irányított módon, feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok fejlesztik a matematikai kommunikációt. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést és a felfedeztetést.

A 9–10. évfolyamon megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Ebben a szakaszban jelennek meg először a valós számok; elsőfokú egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek; másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek; a függvény fogalma, függvénytulajdonságok; a kör és részei. Vannak olyan témakörök, amelyek megjelennek más területek tanítása során is, ezért a tananyag egyes részeihez javasolt óraszámok nem feltétlenül jelentenek időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése lehetővé teszi a hétköznapi vagy matematikai nyelven megfogalmazott problémák és a megoldás során alkalmazott matematikai modellek körének bővülését.

A 11–12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a matematikai kommunikációt. Az érettségi vizsgára készülés során egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismételésében, rendszerezésében. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

A 11–12. évfolyamon is jellemző, hogy a megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Bizonyos témakörök azonban ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a racionális kitevőjű hatvány, az exponenciális függvény, a logaritmus, a számtani és mértani sorozatok, a trigonometria, a koordináta geometria és a térgeometria. Vannak olyan témakörök, amelyek ismeretei megjelennek más terület tanítása során is, ezért az egyes részekhez javasolt óraszámok

ebben a szakaszban sem jellemeznek feltétlenül időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése, a trigonometria és a koordináta geometria alapjainak megjelenése, valamint a statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban teszi leginkább lehetővé, hogy a tanulók más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazni tudják matematikai tudásukat.

Az értékelés elvei és eszközei

A tanév során az értékelés alapja a tanulók állandó megfigyelése. A **folyamatos, fejlesztő célzatú írásbeli értékelés** visszajelzést ad a tanuló számára munkájának eredményességéről, rendszeres tanulásra ösztönöz.

Kisebb tananyagegységből írásbeli dolgozatok tájékoztatják a tanárt, a tanulót és a szülőt a tanuló adott tananyagrészből szerzett tudásáról.

Témákat lezáró írásbeli felmérések tájékoztatják a tanárt, a tanulót és a szülőt a tanuló teljesítményéről a helyi tantervben rögzített követelményekhez viszonyítva.

A témákat lezáró írásbeli felmérések értékelése:

százalékos eredmény	érdemjegy
85 – 100	jeles
70 – 84	jó
50 – 69	közepes
31 – 49	elégséges
0 – 30	elégtelen

Az értékelés kiemelt szempontjai:

- a tanulók önmagukhoz mért fejlődése,
- az alapvető készségek, képességek fejlettségi szintje,
- tárgyi tevékenységben való jártasság,
- tanult műveletek értelmezése,
- a tanult számolási eljárások ismerete és alkalmazása.

Matematika tantárgy óraszása 9 - 12. évfolyamon

	A tantárgy heti óraszása	A tantárgy éves óraszása
9. évfolyam	3	108
10. évfolyam	4	144
11. évfolyam	4	144
12. évfolyam	4	128

9. évfolyam

Témakör címe	órakeret
1. Matematika alapjai	9 óra
2. Halmazok	10 óra
3. Számhalmazok, műveletek	8 óra
4. Hatvány	12 óra
5. Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során	10 óra
6. Arányosság, százalékszámítás	8 óra
7. Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	18 óra
8. A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	6 óra
9. Geometriai alapismeretek	8 óra
10. Háromszögek	13 óra
11. Év végi összefoglalás	6 óra

Az összes óraszám	108 óra
-------------------	---------

Sprachliche Kompetenzen

Operatoren⁴ (sprachliche Handlungsaufforderungen, Arbeitsanweisungen) im Fach Mathematik, die in den Jahrgangsstufen 9-10 verwendet werden

Erläuterung zu den Operatoren in der Tabelle:

beobachten (Kl.4←): Der Operator wurde bereits eingeführt, der Schüler/die Schülerin kann diesen Operator ab Ende der Klasse 4 richtig verwenden.

zusammenfassen (Kl.6←): Der Operator wurde bereits eingeführt, der Schüler/die Schülerin kann diesen Operator ab Ende der Klasse 6 richtig verwenden.

analysieren (Kl.8←): Der Operator wurde bereits eingeführt, der Schüler/die Schülerin kann diesen Operator ab Ende der Klasse 8 richtig verwenden.

protokollieren: Der Operator muss in den Klassenstufen 9-10 eingeführt werden.

berechnen: Fachspezifischer Operator, der in den Mathematikstunden eingeführt werden muss.

OPERATOREN	ERLÄUTERUNGEN
Reproduktion	<u>Wiedergabe</u> von Sachverhalten aus einem begrenzten Gebiet und im gelernten Zusammenhang sowie die <u>Verwendung</u> gelernter und geübter Arbeitstechniken und Methoden.
beobachten (Kl.4←)	Personen, Gegenstände, Erscheinungen und Vorgänge gezielt wahrnehmen und erfassen.

⁴ Wurzeln und Flügel: Sprachliche Kompetenzen für den bilingualen Fachunterricht der deutschen Nationalitätenschulen in Ungarn, Teil 01, S. 20-52
<https://udpi.hu/hu/sprachliche-kompetenzen-teil-i/file>

OPERATOREN	ERLÄUTERUNGEN
nennen (Kl.4←)	Inhalte, Sachverhalte aus vorgegebenem Material oder Kenntnisse in eigenen Worten ohne Kommentierung angeben bzw. fachsprachlich richtig bezeichnen.
beschreiben (Kl.4←)	Gegenstände, Sachverhalte, Personen und Vorgänge geordnet und verständlich wiedergeben.
protokollieren	Den Ablauf und mögliche Zwischen- und Endergebnisse einer Handlung, eines Versuchs oder eines anderen Vorgangs ohne eigene Bewertung schriftlich festhalten.
<i>berechnen (Kl.4←)</i>	Ergebnisse von einem Ansatz oder einer Formel ausgehend durch Rechenoperationen gewinnen.
<i>zeichnen, graphisch darstellen (Kl.4←)</i>	Eine maßstäblich hinreichend exakte graphische Darstellung anfertigen.
<i>erstellen (Kl.6←)</i>	Sachverhalte, Zusammenhänge, Methoden oder Daten in übersichtlicher, fachlich sachgerechter oder vorgegebener Form darstellen
<i>vereinfachen (Kl.8←)</i>	komplexe Terme oder Gleichungen auf eine Grundform oder eine leichter weiter zu verarbeitende Form bringen
Reorganisation/Transfer	<i>Das selbstständige <u>Bearbeiten</u>, <u>Ordnen</u> und <u>Erklären</u> bekannter Sachverhalte sowie das angemessene <u>Anwenden</u> gelernter Inhalte und Methoden auf andere Sachverhalte.</i>

OPERATOREN	ERLÄUTERUNGEN
gliedern (Kl.4←)	Unterrichtsgegenstände nach selbst gewählten oder vorgegebenen Kriterien in Gruppen ordnen.
einordnen/zuordnen (Kl.4←)	Einen Sachverhalt/eine Aussage nachvollziehbar in einen genannten Zusammenhang einfügen.
charakterisieren (Kl.4←)	Die wesentlichen Merkmale von Unterrichtsgegenständen erarbeiten.
erklären (Kl.4←)	Prozesse, Phänomene und Zusammenhänge von Erscheinungen erfassen und fachsprachlich angemessen hinsichtlich ihrer Gesetzmäßigkeiten bzw. Ursachen nachvollziehbar darstellen.
vergleichen (Kl.4←)	Nach vorgegebenen oder selbst gewählten Gesichtspunkten Gemeinsamkeiten, Ähnlichkeiten und Unterschiede ermitteln und darstellen.
untersuchen (Kl.4←)	Unter bestimmten Aspekten Materialien auf Sachverhalte, Leitgedanken hin untersuchen und Zusammenhänge zwischen den Sachverhalten herstellen.
zusammenfassen (Kl.6←)	Das Wesentliche in konzentrierter und übersichtlicher Form unter Verwendung der Fachsprache herausstellen.
skizzieren (Kl.6←)	Einen Sachverhalt unter einem leitenden Gesichtspunkt in seinen Grundzügen (ggf. über eine grafische Darstellung) verdeutlichen.

OPERATOREN	ERLÄUTERUNGEN
darstellen (Kl.6←)	Sachverhalte, Zusammenhänge, Methoden oder Modellvorstellungen strukturiert, fachsprachlich zutreffend wiedergeben, so dass ggf. auch Beziehungen bzw. Entwicklungen deutlich werden.
definieren (Kl.6←)	Die Bedeutung eines Begriffes unter Angabe eines Oberbegriffes und wesentlicher Merkmale kurz und exakt formulieren.
prüfen und überprüfen (Kl.6←)	Mit Hilfe eigener Beobachtungen oder eigenen Wissens eine genaue Kontrolle der Grundlagen und der Folgerichtigkeit von Gedankengängen und/oder Sachverhalten durchführen.
auswerten (Kl.6←)	Aus einem vorliegenden Sachverhalt Informationen entnehmen und sie für die Bearbeitung bestimmter Aufgaben- und/oder Fragestellungen verwenden.
begründen (Kl.6←)	Einen Sachverhalt auf Regeln und Gesetzmäßigkeiten zurückführen bzw. für ihn den Zusammenhang zwischen Ursache und Wirkung herstellen.
analysieren (Kl.8←)	Unter gezielten Fragestellungen Merkmale eines Sachverhaltes systematisch herausarbeiten und ggf. in Zusammenhängen darstellen.
beweisen/nachweisen (Kl.8←)	Mit Hilfe von sachlichen Argumenten und ggf. mit treffenden Beispielen durch logisches Herleiten zeigen, dass eine Behauptung/Aussage richtig ist.

OPERATOREN	ERLÄUTERUNGEN
herausarbeiten	Unter bestimmten Aspekten Materialien auf Sachverhalte, Leitgedanken hin untersuchen und Zusammenhänge zwischen den Sachverhalten herstellen.
erläutern	Sachverhalte beschreiben und mit Beispielen oder Zusatzinformationen veranschaulichen und verdeutlichen.
entscheiden (Kl.4←)	einen Sachverhalt oder eine Behauptung unter Verwendung gültiger Schlussregeln oder Berechnungen auf bekannte, gültige Aussagen zurückführen
Reflexion/Problemlösung	<u>Umfasst den reflexiven Umgang mit neuen Problemstellungen, sowie das selbstständige Anwenden von Methoden mit dem Ziel, zu Begründungen, Deutungen, Wertungen und Beurteilungen zu gelangen.</u>
Schlussfolgerungen ziehen (Kl.8←)	Aus einer Kombination mehrerer Informationen Zusammenhänge herausarbeiten und Folgen ableiten.
Hypothesen bilden (Kl.8←)	Eine begründete Vermutung auf der Grundlage von Beobachtungen, Untersuchungen, Experimenten formulieren.
diskutieren (Kl.8←)	Zu einem Problem, einem Sachverhalt verschiedene Positionen im Dialog gegenüberstellen, Argumente austauschen, abwägen und abschließend die eigene Meinung formulieren.

OPERATOREN	ERLÄUTERUNGEN
entwickeln	Sachverhalte und Methoden zielgerichtet in einen Zusammenhang bringen und daraus einen Text, eine Abbildung, eine eigene Vorstellung oder ein Konzept erstellen beziehungsweise erarbeiten.
interpretieren	Sachverhalte (z. B. die Ergebnisse von Experimenten) oder lineare/nicht lineare Texte unter einer bestimmten Fragestellung analysieren und Erklärungs-/Deutungsmöglichkeiten herausarbeiten.
Stellung nehmen	Nach kritischer Prüfung eines Sachverhaltes eine persönliche Einschätzung formulieren.
beurteilen	Unter Verwendung von Fachwissen und Fachmethoden unter Ausschluss subjektiver Momente ein überprüfbares, begründetes Urteil zu einem Problem/einem Sachverhalt entwickeln.

1. témakör	Matematika alapjai	Órakeret 9 óra
-------------------	---------------------------	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Német nyelvű matematikai szakszókincs bevezetése és megtanítása a német nyelvű csoportokban.	Német nyelvű matematikai szakszavakat megért, utasításokat követ, idővel a szakszavakat saját maga is alkalmazza.	<i>Német nyelv és irodalom:</i> szókincs fejlesztése
Mértékegységek és azok közti átváltás.	Ismeri a mértékegységeket és át tudja őket váltani.	<i>Fizika, kémia:</i> mértékegységek alkalmazása
Algebrai kifejezések átalakítása, ismeretlen kifejezése.	Képleteket tud rendezni.	<i>Fizika, kémia:</i> képletek alkalmazása
Egyenletmegoldási lépések.	Megold egyszerűbb egyenleteket.	<i>Fizika, kémia:</i> összefüggések alkalmazása, ismeretlen meghatározása.
Mindennapi problémák átültetése a matematika nyelvére és a probléma megoldása.	Meg tud oldani egyszerűbb szöveges feladatokat.	<i>Német nép és honismeret:</i> német népismereti témakörbe ágyazott szöveges feladatok
Elsőfokú lineáris és másodfokú függvények ábrázolása.	Időben lejátszódó történések megfigyelése, a változás megfogalmazása. Modellek alkotása: lineáris és másodfokú kapcsolatok felfedezése a hétköznapiakban (pl. egységár, a változás sebessége, a gyorsulás változása).	<i>Fizika:</i> időben lineáris folyamatok vizsgálata, a változás sebessége. A gyorsulás változásának vizsgálata. <i>Kémia:</i> egyenes arányosság.
Kulcsfogalmak/fogalmak	-	

javasolt tevékenységek	–
------------------------	---

2. témakör	Halmazok	Órakeret 10 óra
------------	----------	--------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Halmaz közös elem nélküli részhalmazokra bontása. Példák ennek alkalmazására a matematikán belül, más tantárgyaknál és a mindennapi életben.	Adott halmazt diszjunkt részhalmazaira bont, osztályoz.	<i>Biológia-egészségtan:</i> élőlények osztályozása; besorolás közös rész nélküli halmazokba.
Halmazok megadásának különböző módjai. Üreshalmaz.	Halmazokat különböző módokon megad.	<i>Német népismeret:</i> német nyelvterületek különböző jellegzetességeinek halmazba rendezése, ezen halmazok megadása
Alaphalmaz és komplementer halmaz.	Tudja, hogy alaphalmaz nélkül nincs komplementer halmaz.	<i>Kémia:</i> anyagok csoportosítása.
Részhalmaz. Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Halmazok egyenlősége, halmazok közötti viszonyok megjelenítése.	Halmazokkal műveleteket végez, azokat ábrázolja és értelmezi.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak, hangok rendszerezése.

		<i>Biológia-egészségtan:</i> halmazműveletek alkalmazása a rendszertanban.
Halmazok elemszáma.	Meghatározza véges halmazok elemszámát.	
Szemléletes kép végtelen halmazokról. Matematikatörténet: Cantor	Érti, hogy csak a véges halmazok elemszáma adható meg természetes számmal.	<i>Német népismeret:</i> Cantor németországi munkássága
Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével.	Alkalmazza a logikai szita elvét.	
Kulcsfogalmak/fogalmak	alaphalmaz, részhalmaz, üres halmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram, halmazműveletek: unió, metszet, különbség, komplementer halmaz, diszjunkt halmazok, halmaz elemszáma, logikai szita	
 Javasolt tevékenységek	– Hétköznapi életből, más tantárgyakból vagy a matematikából vett, konkrétan vagy digitálisan megjelenített alaphalmazból megadott tulajdonságokkal rendelkező elemek válogatása – Konkrét részhalmaz esetén a részhalmaz képzési szempontjainak megállapítása – A történelem, a művészetek, a tudományok, a sport neves személyiségeinek kitalálása különböző tulajdonságok alapján – Barkochba játék – A „végtelen szálloda” mint modell – Megszámlálhatóan végtelen számosságú halmazok elemei között egyértelmű hozzárendelés felfedeztetése, például a pozitív természetes számok halmazának számossága megegyezik a pozitív páros számok halmazának számosságával	

3. témakör	Számhalmazok, műveletek	Órakeret 8 óra
------------	-------------------------	-------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális és irracionális számok, valós számok. Számhalmazok műveleti zártsága. Adott n ($n \in \mathbb{N}$) esetén tudja eldönteni, hogy $\sqrt{n}$ irracionális szám-e. Bizonyítsa, hogy $\sqrt{2}$ irracionális szám. <i>A számírás története.</i>	Ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig. Ismer példákat irracionális számokra.	<i>Informatika: számábrázolás (problémamegoldás táblázatkezelővel).</i>
A nyílt és zárt intervallum fogalma. Intervallumok ábrázolása számegyenesen.	El tudja helyezni a természetes számokat, az egész számokat, a racionális számokat halmazábrában és számegyenesen. Ismeri a valós számok és a számegyenes kapcsolatát. Tudja, hogy az intervallum végtelen halmaz.	
Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata. Tizedes törtek átírása közönséges tört alakba és vissza.	Racionális számokat tizedes tört és közönséges tört alakban is felír.	

Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete.		
Számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése.	A számolással kapott eredményeket nagyságrendileg megbecsüli, és így ellenőrzi az eredményt.	
Valós számok adott jegyre kerekítése. Valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése.	Valós számok közelítő alakjaival számol, és megfelelően kerekít.	<i>Német népismeret:</i> különböző németországi adatok kerekítése
Számok abszolút értékének, ellentettjének és reciprokának meghatározása.	Ismeri és alkalmazza az abszolút érték, az ellentett és a reciprok fogalmát.	<i>Fizika:</i> hőmérséklet, elektromos töltés, áram, feszültség előjeles értelmezése.
Műveleti azonosságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás), zárójelek helyes használata.	A kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás műveleti azonosságokat helyesen alkalmazza különböző számolási helyzetekben.	
Kulcsfogalmak/fogalmak	természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, nyílt intervallum, zárt intervallum, abszolút érték, ellentett, reciprok	
Javasolt tevékenységek	– A számológép helyes használatának elsajátítása, például műveleti sorrend, zárójelek – Írásban elvégzett műveletek ellenőrzése számológéppel – Célszám megközelítése adott számjegyekkel, műveleti jelek és zárójelek használatával – Tanulói kiselőadás a helyi értékes számírás kialakulásáról, a számjegyek kialakulásának történetéről	

	– A tanteremben vagy a tanterem környezetében végzett mérések esetén a megfelelő kerekítés alkalmazása – Adott mérés elvégzése esetén a mérési hiba következményeinek vizsgálata – Halmazábra elkészítése a számhalmazokról
--	---

4. témakör	Hatvány	Órakeret 12 óra
-------------------	----------------	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre.		
A hatványozás azonosságai. A hatványozás azonosságainak bizonyítása egész kitevő esetén.		
A hatványozás azonosságainak bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén.		
Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.	Ismeri és alkalmazza az egész kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait. Fogalmi általánosítás: a korábbi definíció kiterjesztése.	

Számok normálalakja. Számolás normálalak segítségével.	Ismeri és alkalmazza a normálalak fogalmát. Az egyes fogalmak (távolság, idő, terület, tömeg, népesség, pénz, adat stb.) mennyiségi jellemzőinek kifejezése számokkal, mennyiségi következtetések. Számolás normálalakokkal írásban és számológép segítségével. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> tér, idő, nagyságrendek – méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig; szennyezés, környezetvédelem.
Kulcsfogalmak/fogalmak	hatványalap, hatványkitevő, normálalak	
Javasolt tevékenységek	– Projektmunka: hányszor lehet félbehajtani egy nagyméretű papírt? Keresés az interneten, kísérlet végzése például egy teljes guriga vécépapírral – Internetes forrásból származó, nagyon kicsi vagy nagyon nagy számokat tartalmazó cikkek valóságtartalmának megállapítása páros vagy csoportmunkában	

5. témakör	Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során	Órakeret 10 óra
-------------------	--	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa.	Műveleteket végez algebrai kifejezésekkel.	

Műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás). Számolási szabályok, zárójelek használata.		
$(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$ polinom alakja, $a^2 - b^2$, $a^3 - b^3$, $a^n - b^n$, $a^{2n+1} + b^{2n+1}$ szorzat alakja.	Ismer és alkalmaz egyszerű algebrai azonosságokat. Átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával. Ismeretek tudatos memorizálása (azonosságok). Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál. Tudja alkalmazni feladatokban az $a^n - b^n$, illetve az $a^{2n+1} + b^{2n+1}$ kifejezés szorzattá alakítását.	<i>Fizika: számítási feladatok megoldása (pl. munkatétel).</i>
Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel.		
Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával.		
Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre. Ismerje a polinom fokszámát, fokszám szerint rendezett alakját. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya. Algebrai kifejezések egyszerűbb alakra hozása.	Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszerűsítése, bővítése, törtek összeadása, kivonása, szorzása, osztása).	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan: számítási feladatok.</i>
Kulcsfogalmak/fogalmak	összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható, teljes négyzet, polinom	

Javasolt tevékenységek	– „Gondolj egy számra, és én kitalálom” játék, matematikai bűvésztrükkök algebrai magyarázata – Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése – A nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése – Számolási „trükkök” a nevezetes azonosságok segítségével, például kétjegyű számok négyzetének, $99 \cdot 101$ típusú szorzat eredményének kiszámolása fejben
-------------------------------	--

6. témakör	Arányosság, százalékszámítás	Órakeret 8 óra
-------------------	-------------------------------------	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során.		
Az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának felismerése és elkészítése.	Felismeri egyenes és fordított arányosságok grafikonját.	
Példák egyirányban vagy ellentétes irányban változó mennyiségpárokra a mindennapi életből.	Ismeri és alkalmazza az egyenes és a fordított arányosságot.	
Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági	Ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát.	<i>Német népismeret:</i> százalékkal megadott adatok a német nyelvterületről

folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása.		
Kulcsfogalmak/fogalmak	egyenes arányosság, fordított arányosság, százalékalap, százaléérték, százalékláb	
Javasolt tevékenységek	– Összetett, valódi élethelyzetekkel kapcsolatos feladatok megoldása csoportmunkában, szükség esetén grafikon segítségével – Háztartási számlák elemzése az azokon megjelenő egységárak és fizetendő összegek figyelembevételével	

7. témakör	Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	Órakeret 18 óra
-------------------	--	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása különböző módszerekkel (lebontogatás, mérlegelv, szorzattá alakítás, értelmezési tartomány és értékkészlet vizsgálata, grafikus módszer). Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete. Paraméteres elsőfokú egyenletek megoldása. Összetett egyenlőtlenségek és egyenlőtlenség-rendszerek megoldása.	Matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi; adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít; a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot; a kiválasztott modellben megoldja a problémát;	

	a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát; Felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot. Egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi. Ismeri és alkalmazza a következő egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás.	
Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével, grafikusan. Elsőfokú, háromismeretlenes egyenletrendszerek megoldása.	Különböző módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (behelyettesítő módszer, egyenlő illetve ellentett együtthatók módszere, grafikus módszer). Megold elsőfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket, elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszereket.	<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika.
Elsőfokú egyenletre, egyenletrendszerre vezető szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból. Arányossági feladatok megoldása.	Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele). A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”).	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok. <i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel.

	Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása. A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	<i>Földrajz:</i> a pénzvillág működése. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tudatos élelmiszer-választás, becslések, mérések, számítások. <i>Társadalmi, állampolgári és gazdasági ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások. <i>Fizika:</i> kinematika, dinamika. <i>Kémia:</i> százalékos keverési feladatok.
<i>Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekből.</i>	<i>A képlet értelmének, jelentőségének belátása.</i> <i>Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.</i>	<i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése.
<i>Egy abszolútértéket tartalmazó egyenletek.</i> $ a x + b = c x + d .$		
Több abszolútértéket tartalmazó egyenletek.	Összetett abszolútértékes egyenletek algebrai úton történő megoldása.	
Egyszerű abszolútértékes egyenlőtlenségek.	Egyszerű abszolútértékes egyenlőtlenségek megoldása.	

Kulcsfogalmak/fogalmak	alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz, mérlegelv	
Javasolt tevékenységek	– Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából – Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata – Nyílt végű problémák megoldása – Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában – Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése	

8. témakör	A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	Órakeret 6 óra
-------------------	--	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű.		<i>Német népismeret:</i> hozzárendelések megfigyelése németországi példákon
A függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete.	Adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> időben lejátszódó folyamatok leírása, elemzése.

Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése.	Táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben. Alapfogalmakat érti, konkrét függvényeket elemez a grafikonjuk alapján. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata, adatkezelés táblázatkezelővel.
A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosságot leíró függvény. A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban. Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján.	Táblázatok készítése adott szabálynak, összefüggésnek megfelelően. Időben lejátszódó történések megfigyelése, a változás megfogalmazása. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapiakban (pl. egységár, a változás sebessége). Lineáris függvény ábrázolása paramétereire alapján. Számítógép használata a lineáris folyamat megjelenítésében. A grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait.	<i>Fizika:</i> időben lineáris folyamatok vizsgálata, a változás sebessége. <i>Kémia:</i> egyenes arányosság. <i>Informatika:</i> táblázatkezelés.
<i>Az abszolútérték-függvény. Az $x \mapsto ax + b + c$ függvény grafikonja, tulajdonságai ($a \neq 0$).</i>	<i>Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).</i>	
A fordított arányosság függvénye. $x \mapsto \frac{a}{x}$ ($ax \neq 0$) grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	<i>Fizika:</i> ideális gáz, izoterma. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.

Tudja egyszerű függvények esetén $f(x) = c$ alapján az x -et meghatározni és ezt gyakorlati problémák során alkalmazni.	Adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.	
Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására.	Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata. Számítógép alkalmazása (pl. függvényrajzoló program). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket.	<i>Fizika:</i> kinematika. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Kulcsfogalmak/fogalmak	függvény, egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékészlet, helyettesítési érték, zérushely, növekedés, fogyás	
Javasolt tevékenységek	– Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában – Hétköznapi helyzetekben időben változó folyamatokkal kapcsolatos mérések végzése és a mért adatok ábrázolása koordináta-rendszerben (például hőmérséklet) – A tanulók mindennapi életéhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (például út-idő grafikon az iskolába való eljutásról) – Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével – Barkochba játék a függvényekkel kapcsolatos fogalmak használatával – Szöveges feladatok megoldása grafikus úton	

9. témakör	Geometriai alapismeretek	Órakeret 8 óra
------------	--------------------------	-------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Geometriai alapfogalmak. Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása. Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban. Távolsággal megadott ponthalmazok, adott tulajdonságú ponthalmazok (kör, gömb, felező merőleges, szögfelező, középpárhuzamos). Kitérő egyenesek távolsága. Parabola fogalma.	Ismeri és használja a pont, egyenes, sík (térelemek) és szög fogalmát. Kitérő egyenesek távolságának meghatározása. Ismeri a parabola fogalmát.	
Szögek nagyság szerinti osztályozása. Nevezetes szögpárok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsszögek, egyállású szögek, váltószögek. Tudja a térelemek távolságára és szögére (pont és egyenes, pont és sík, párhuzamos egyenesek, párhuzamos síkok távolsága; két egyenes, egyenes és sík, két sík hajlásszöge) vonatkozó meghatározásokat.	Ismeri és alkalmazza a nevezetes szögpárok tulajdonságait. Ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét.	

Kitérő egyenesek hajlásszöge.	Kitérő egyenesek hajlásszögének meghatározása.	
A szakaszfelező merőleges és a szögfelező mint pontthalmazok tulajdonságainak ismerete.		
Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata.		<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel euklideszi módon: szakaszfelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szög másolása.	Ismeri az alapszerkesztéseket, és ezeket végre tudja hajtani hagyományos vagy digitális eszközzel.	<i>Vizuális kultúra:</i> a tér ábrázolása.
Kulcsfogalmak/fogalmak	pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsszögek, egyállású szögek, váltószögek, szakaszfelező merőleges, szögfelező	
Javasolt tevékenységek	– Az osztályteremben vagy a terem környezetében „egyenesek” kölcsönös helyzetének megadása, ezek távolságának megmérése – Számszerű adatként csak a méretarányt tartalmazó térkép alapján valódi távolságok meghatározása, becslése – Számszerű adatként csak méretarányt tartalmazó térképen adott helységektől (közelítőleg) egyenlő távolságra levő helységek megkeresése	

10. témakör	Háromszögek	Órakeret 13 óra
--------------------	--------------------	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Tudja csoportosítani a háromszögeket oldalak és szögek szerint.		
Ismerje és alkalmazza az alapvető összefüggéseket háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között (háromszög-egyenlőtlenség, belső, illetve külső szögek összege, nagyobb oldallal szemben nagyobb szög van).	Ismeri és alkalmazza a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatokat.	
Ismerje és alkalmazza speciális háromszögek tulajdonságait (szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög).	Ismeri és alkalmazza a speciális háromszögek tulajdonságait.	
A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire (oldalfelező merőlegesek, belső szögfelezők, magasságvonalak, súlyvonalak, középvonalak, körülírt és beírt kör) vonatkozó fogalmak, tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása. Az oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása.	Ismeri és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmakat és tételeket. A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek (körülírt és beírt kör középpontja, magasságpont, súlypont, középvonal tulajdonságai) bizonyítása.	
A Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása. A Pitagorasz-tétel és megfordításának bizonyítása.	Ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását. A Pitagorasz-tétel és megfordításának bizonyítása.	
Háromszög területének kiszámítása a $T = \frac{a \cdot m_a}{2}$ képlet segítségével.	Kiszámítja háromszögek területét.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).

<i>Matematikatörténet: Euler-egyenes, Feuerbach-kör bemutatása (interaktív szerkesztőprogrammal, bizonyítás nélkül).</i> <i>A háromszög területének kiszámítására használt képletek bizonyítása, továbbá az alábbi összefüggések ismerete és alkalmazása:</i> <i>$t = s \cdot r$ (bizonyítással)</i> $t = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$	Ismeri a hosszúság és terület mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált. Síkgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát.	<i>Német népismeret: Euler</i>
Kulcsfogalmak/fogalmak	szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör	
Javasolt tevékenységek	– A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában – Konkrét alakzatok átdarabolása más alakzattá páros vagy csoportmunkában – A derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett négyzetek átdarabolása a Pitagorasz-tételnek megfelelő módon, pitagorasz-tangramok vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával	

10. évfolyam

Témakeret címe	órakeret
1. Logika	11 óra
2. Kombinatorika, gráfok	13 óra
3. Gyök	9 óra
4. Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek	17 óra
5. A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	9 óra
6. Négyszögek, sokszögek	11 óra
7. A kör és részei	11 óra
8. Transzformációk, szerkesztések	21 óra
9. Leíró statisztika	8 óra
10. Valószínűségszámítás	9 óra
11. Rendszerező összefoglalás	25 óra
Az összes óraszám	144 óra

1. témakör	Logika	Órakeret 11 óra
------------	--------	--------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
A matematikai bizonyítás fogalma.	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.
Bizonyítási módszerek, jellegzetes gondolatmenetek (indirekt módszer) konkrét példákon keresztül.	Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése. Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.	<i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.
Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis).	Tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.	<i>Német népismeret:</i> német nép történetéből választott állítások

Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban.		
A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban.	Alkalmazza a tagadás műveletét egyszerű feladatokban. Látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat. Ismeri és alkalmazza az „és”, a (megengedő és kizáró) „vagy” logikai jelentését.	
A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben.	Helyesen használja a „minden” és „van olyan” kifejezéseket.	
Látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat.		
Adott állítás megfordításának megfogalmazása.	Megfogalmazza adott állítás megfordítását.	
„Ha..., akkor...” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása.	Megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét.	
Kijelentés fogalma, műveletek kijelentésekkel: konjunkció, diszjunkció, negáció, implikáció, ekvivalencia. Logikai műveletek igazságtáblázatai, egyszerű azonosságok.	Az ismeretek rendszerezése: a matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása (halmazok – kijelentések – események).	Fizika: logikai áramkörök, kapcsolási rajzok
Stratégiai és logikai játékok.		
Kulcsfogalmak/fogalmak	kijelentés, tétel, bizonyítás, igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”, „vagy..., vagy...”, „ha..., akkor...”, „akkor és csak akkor, logikai műveletek	

Javasolt tevékenységek	– „Bíróági tárgyalás”, ahol az osztály tanulói a védők és a vádlók egy állítás indoklására, cáfolására – „Mit állít a szigetlakó?”, „Ki volt a tettes, ha...?” típusú feladatok eljátszása, megoldása csoportmunkában – Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő” – Stratégiai játékok, például egyszerű NIM játékok, táblás játékok – Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok
-------------------------------	--

2. témakör	Kombinatorika, gráfok	Órakeret 13 óra
-------------------	------------------------------	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel. Faktoriális fogalma, alkalmazása.	Matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi.	<i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel.

		<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.
Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban.	Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e). Megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat.	<i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.
Esetszétválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában.		
Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában.	A problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot; a kiválasztott modellben megoldja a problémát.	<i>Német népismeret:</i> kombinatorikai feladatok németországi témakörben

Gráfok alkalmazása konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására. A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, foksám). A gráf csúcsainak foksámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában. Definiálja a következő fogalmakat: többszörös él, hurokél, út, kör, összefüggő gráf, egyszerű gráf, fa, teljes gráf. A fa pontjai és élei száma közötti összefüggés. Euler-vonal Matematikatörténet: Euler	Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal. Konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével.	<i>Kémia:</i> molekulák térszerkezete. <i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> pl. családfa. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> közlekedés.
Kulcsfogalmak/fogalmak	gráf, gráf csúcsa, gráf éle, csúcs foksáma, faktoriális	
Javasolt tevékenységek	– Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámlálással és a szorzási és/vagy esetszétválasztási elv alkalmazásával – Geometriai eszközök használata kombinatorikai problémák megoldására – Néhány feltételt tartalmazó tanulói órarend készítése kis elemszámmal – Azonos modellen alapuló, de különböző megfogalmazású feladatok megoldása – Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű kombinatorikafeladatokhoz saját szöveg írása	

3. témakör	Gyök	Órakeret 9 óra
-------------------	-------------	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
A négyzetgyök definíciója. Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével.	A négyzetgyök azonosságainak használata konkrét esetekben. Gyökjel alól kihozatal, nevező gyöktelenítése. Számológép használata.	<i>Fizika:</i> fonálinga lengésideje, rezgésidő számítása.
A négyzetgyökvonás azonosságai.	Ismeri és alkalmazza a négyzetgyök fogalmát. A négyzetgyökvonás azonosságainak bizonyítása.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	négyzetgyök	
Javasolt tevékenységek	– Projektmunka: hányszor lehet félbehajtani egy nagyméretű papírt? Keresés az interneten, kísérlet végzése például egy teljes guriga vécépapírral – Internetes forrásból származó, nagyon kicsi vagy nagyon nagy számokat tartalmazó cikkek valóságtartalmának megállapítása páros vagy csoportmunkában	

4. témakör	Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek	Órakeret 17 óra
-------------------	---	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
------------------------------------	---------------------	---------------------

A másodfokú egyenlet megoldása szorzattá alakítással, teljes négyzetté kiegészítéssel, megoldóképlettel és grafikusan. Igazolja a másodfokú egyenlet megoldóképletét. Másodfokú paraméteres egyenletek megoldása.	Különböző algebrai és grafikus módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (szorzattá alakítás, teljes négyzetté kiegészítés). Felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot. Ismeretek tudatos memorizálása (rendezett másodfokú egyenlet és megoldóképlet összekapcsolódása). A megoldóképlet biztos használata, a diszkrimináns ismerete. Egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.
Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok.	Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése. Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése. A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása. A kiválasztott modellben a probléma megoldása. A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve.	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.

Gyöktényezős alak. Másodfokú polinom szorzattá alakítása.	Algebrai ismeretek alkalmazása. Ismeri és alkalmazza a gyöktényezős alakot.	
Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása. <i>Néhány egyszerű magasabb fokú egyenlet megoldása. Egyenletek megoldása új ismeretlen bevezetésével.</i> <i>Matematikatörténet: részletek a harmad- és ötödfokú egyenlet megoldásának történetéből.</i>	Annak belátása, hogy vannak a matematikában megoldhatatlan problémák.	
Egyszerű négyzetgyökös egyenletek: $\sqrt{x+b} = cx + d$ $(\sqrt{ax+b} = cx + d)$ <i>Két négyzetre emeléssel megoldható egyenletek megoldása.</i> <i>Egyszerű négyzetgyökös egyenlőtlenségek megoldása.</i>	Megoldások ellenőrzése.	<i>Fizika: például egyenletesen gyorsuló mozgással kapcsolatos kinematikai feladat.</i>
Másodfokú egyenlőtlenségek megoldása grafikusan. <i>Egyszerű másodfokú egyenlőtlenségek.</i> <i>Összetett másodfokú egyenlőtlenségek és egyenlőtlenség-rendszerek megoldása.</i>	Egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása. Másodfokú függvény eszközjellegű használata.	<i>Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata.</i>
<i>Másodfokú egyenletrendszer.</i> <i>A behelyettesítő módszer.</i>	<i>Egyszerű másodfokú egyenletrendszer megoldása. A behelyettesítő módszerrel is megoldható feladatok.</i>	

	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	
Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés. Értelmezési tartomány, illetve értékkészlet-vizsgálattal, valamint szorzattá alakítással megoldható összetett feladatok megoldása.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközjellegű használata.	
Gyökök és együtthatók összefüggései.	Önellenőrzés: egyenlet megoldásának ellenőrzése.	
Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között. Gyakorlati példa minimum és maximum probléma megoldására. Az n szám számított középértékeinek (számtani, mértani, négyzetes, harmonikus), valamint a nagyságrendi viszonyaikra vonatkozó tételek ismerete. A $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{a \cdot b}$, ha $a, b \in \mathbb{R}^+$ bizonyítása. Számtani és mértani közép közötti összefüggés alapján feladatok megoldása.	Geometria és algebra összekapcsolása az azonosság igazolásánál. Gondolatmenet megfordítása.	Fizika: minimum- és maximumproblémák.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	másodfokú egyenlet, másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkrimináns, gyöktényezős alak, másodfokú egyenlőtlenség, ekvivalens átalakítás, számtani közép, mértani közép, szélsőérték, hamis gyök	

Javasolt tevékenységek	– Másodfokú egyenlet megoldása konkrét együtthatókkal és paraméterekkel, a lépéseket párhuzamosan végezve – Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása során – Tanulói kiselőadás tartása magasabb fokú egyenletek megoldásának történetéről, érdekességeiről
-------------------------------	--

5. témakör	A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	Órakeret 9 óra
-------------------	--	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékkészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása.	Megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket.	
Másodfokú függvény grafikonja, tulajdonságai.	Képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol.	
Négyzetgyökfüggvény grafikonja, tulajdonságai.	Képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol.	
Elemi függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: $f(x) + c$, $f(x + c)$, $c \cdot f(x)$, $ f(x) $	Adott értékkészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.	

A transzformált alapvető függvények grafikonjának ábrázolása $(c \cdot f(ax + b) + d)$.	Adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi.	
Egyszerű függvények esetén az $f(x) = c$ alapján x meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során.	Függvény szélsőértékének megállapítása.	
Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	szélsőérték, paritás, függvénytranszformáció	
Javasolt tevékenységek	– Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában – Hétköznapi helyzetekben időben változó folyamatokkal kapcsolatos mérések végzése és a mért adatok ábrázolása koordináta-rendszerben (például hőmérséklet) – Egyszerű, másodfokú függvénnyel jellemezhető, gyakorlati helyzethez köthető szélsőérték-feladatok megoldása csoportmunkában, például adott hosszúságú spárgával bekeríthető maximális területű téglalap adatainak mérése, megfigyelése – Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével – Barkochba játék a függvényekkel kapcsolatos fogalmak használatával – Szöveges feladatok megoldása grafikus úton – Algebrai úton nem vagy nehezen megoldható egyenletek közelítő megoldása grafikus úton digitális eszköz segítségével	

6. témakör	Négyszögek, sokszögek	Órakeret 11 óra
-------------------	------------------------------	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása. Az érintőnégyszögek tételének bizonyítása, a tétel megfordításának ismerete. A tételek alkalmazása feladatok megoldásában. A nevezetes négyszögek területképleteinek bizonyítása.	Ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja. Ismeri a hosszúság, terület mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált.	
Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása.	Ismeri és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát. Síkgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát.	
Szabályos sokszög fogalmának ismerete.	Kiszámítja a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét.	
Szabályos sokszög területe átdarabolással. A szabályos sokszögek területképleteinek bizonyítása.	Átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög	
Javasolt tevékenységek	– Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással – A belső és a külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével	

	– Projektmunka: lakás/iskola alaprajzának elkészítése méretarányosan
--	--

7. témakör	A kör és részei	Órakeret 11 óra
-------------------	------------------------	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körcikk, körszelet, szelő, érintő.		
Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával.	Ki tudja számolni a kör és részeinek kerületét, területét, ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén. Ismeri a hosszúság, terület mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált. Síkgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát.	
Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével. A kerületi és középponti szögek tételének és a kerületi szögek tételének bizonyítása és alkalmazása feladatokban. A látókör fogalmának ismerete és alkalmazása. A húrnégyszögek tételének bizonyítása, a tétel megfordításának ismerete. A tételek alkalmazása feladatok megoldásában.		
Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása.		

<i>A szög mérése. A szög ívmértéke.</i>	Mérés, mérési elvek megismerése. Mértékegység választás, mérőszám.	<i>Fizika:</i> szögsebesség, körmozgás, rezgőmozgás. <i>Földrajz:</i> tájékozódás a földgömbön: hosszúsági és szélességi körök meghatározása.
Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak. <i>A kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, valamint hogy a külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak tételek bizonyítása.</i>	Ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárra.	
A Thalész-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása. A Thalész-tétel bizonyítása. <i>A Thalész-tétel és megfordításának bizonyítása.</i>	Ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását.	
<i>A körhöz húzott érintő- és szelőszakaszok tételének ismerete és alkalmazása.</i>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok	
Javasolt tevékenységek	– Annak felfedeztetése méréssel, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával; különböző méretű körök esetén a kapott adatok táblázatba foglalása	

	– A Thalész-tétel felfedeztetése szerkesztéssel, szögméréssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával
--	---

8. témakör	Transzformációk, szerkesztések	Órakeret 21 óra
-------------------	---------------------------------------	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés). A merőleges vetítés ismerete és alkalmazása feladatokban. A geometriai transzformációk és a függvények közötti kapcsolat ismerete.		
A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai. Az egybevágósági transzformációk definícióinak pontos ismerete. A síkidomok egybevágóságának fogalma.	Ismer példákat geometriai transzformációkra. Ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat. A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása. Megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükröképét, pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltoltját hagyományosan és digitális eszközzel.	<i>Fizika:</i> elmozdulásvektor, forgások. <i>Földrajz:</i> bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.

A vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos eltolás segítségével.	Alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában.	
Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása. Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel. Az egybevágósági transzformációk alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában.		
Egybevágó alakzatok, szimmetriák megfigyelése a környezetben, művészeti alkotásokban.	Ismeri az alakzatok egybevágóságát. Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyakban.	<i>Német népismeret:</i> szimmetria felismerése nevezetes német épületeken, tárgyakon
Egybevágóság, szimmetria. Ismerje és tudja alkalmazni feladatokban a háromszögek egybevágósági alapeseteit.	Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyakban.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata. <i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok. <i>Biológia-egészségtan:</i> az emberi test síkjai, szimmetriája.

Háromszögek egybevágóságának alapesetei és ezek alkalmazása.		
Négyszögek egybevágósága. <i>Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint.</i> <i>Szabályos sokszögek egybevágósága, szimmetriája.</i>	Fogalmak alkotása specializálással.	<i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok.
Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel; diszkusszió.		
Gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével (például a sík parkettázása különféle síkidomokkal; szabásminta készítése, használata). A térbeli egybevágósági transzformációk ismerete és alkalmazása feladatokban.	Geometriai szerkesztési feladatoknál vizsgálja és megállapítja a szerkeszthetőség feltételeit.	
A középpontos hasonlósági transzformáció és a hasonlósági transzformáció ismerete, tulajdonságai. A párhuzamos szelők tételének, a tétel megfordításának és a párhuzamos szelőszakaszok tételének ismerete és alkalmazása.	Ismeri és alkalmazza a középpontos hasonlósági transzformációt, a hasonlósági transzformációt.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
A hasonlóság fogalmának ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása: a megfelelő szakaszok hosszának aránya állandó, a megfelelő szögek egyenlők, a kerület, a terület, a felszín és a térfogat változik.	

<i>A háromszögek hasonlóságának alapesetei.</i> A belső szögfelező tétel bizonyítása és alkalmazása.	<i>Szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése.</i> <i>Ismeretek tudatos memorizálása.</i>	
<i>Háromszög súlyvonalai, súlypontja, hasonló síkidomok kerületének, területének aránya.</i>	<i>Új ismeretek matematikai alkalmazása.</i>	<i>Fizika: súlypont, tömegközéppont.</i> <i>Vizuális kultúra: összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az aranymetszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.</i>
<i>Magasságtétel, befogótétel a derékszögű háromszögben. Két pozitív szám mértani közepe.</i> A magasság- és a befogótétel bizonyítása.	<i>Ismeretek tudatos memorizálása, alkalmazása szakaszok hosszának számolásánál, szakaszok szerkesztésénél.</i>	
A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távolság, szög, terület a tervrajzon, térképen.	Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése: geometriai modell. Ismeri és alkalmazza az alakzatok hasonlóságát. Geometriai szerkesztési feladatoknál vizsgálja és megállapítja a szerkeszthetőség feltételeit.	<i>Földrajz: térképkészítés, térképolvasás.</i> <i>Német népismeret: Mérések Németország térképén</i>
Hasonló síkidomok kerületének és területének aránya.	Ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket.	
<i>Hasonló testek felszínének, térfogatának aránya.</i>	<i>Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.</i>	<i>Biológia-egészségtan: példák arra, amikor adott térfogathoz</i>

		<i>nagy felület (pl. fák levelei) tartozik.</i>
Vektor fogalma, abszolútértéke, nullvektor, ellentett vektor. Vektorok összege, két vektor különbsége. Vektorműveletek tulajdonságai, vektorműveletekre vonatkozó műveleti azonosságok.	Ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat. Ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket.	<i>Fizika:</i> erők összege, két erő különbsége, vektormennyiség változása (pl. sebesség-változás).
Vektor szorzása valós számmal.	Új műveletfogalom kialakítása és gyakorlása.	<i>Fizika:</i> Newton II. törvénye.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya, vektorművelet	
Javasolt tevékenységek	– Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésekre, például fényképezés, filmvetítés – A középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás bemutatása mint két tengelyes tükrözés egymásutánja – M. C. Escher és Victor Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából; hasonló módszerrel képek alkotása – A sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével – A tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok (például pénzforgató, színezős) páros munkában – Az iskola közelében lévő magas épület (például templomtorony) magasságának meghatározása egy egyenes bot segítségével a bot és az épület árnyékának méréséből („Thalész-módszer”) csoportmunkában – Valódi távolságok, valódi útvonalak hosszának meghatározása papíralapú térkép alapján	

9. témakör	Leíró statisztika	Órakeret 8 óra
-------------------	--------------------------	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése. Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból.	Adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez.	<i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). <i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.
Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel (átlag, medián, módusz) hagyományos és digitális eszközzel. A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések.	Hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli. A statisztikai mutatók nyújtotta információk helyes értelmezése.	<i>Informatika:</i> statisztikai adatelemzés.

	Nagy adathalmaz vizsgálata kevés statisztikai jellemzővel: előnyök és hátrányok.	
Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel. Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagram kiválasztása.	Adatsokaságból adott szempont szerint oszlop- és kördiagramot készít hagyományos és digitális eszközzel.	<i>Német népismeret:</i> adott témakörben oszlop- és kördiagram készítése, értelmezése
Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont. Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén.	Felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.	
Kulcsfogalmak/fogalmak	oszlopdiagram, kördiagram, átlag, medián, módusz, terjedelem, gyakoriság	
Javasolt tevékenységek	– Adatgyűjtés megtervezése, például forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés előkészítése – A megtervezett statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, az eredmények szemléltetése grafikonok segítségével, a kapott eredmények értékelő bemutatása tanulói kiselőadás formájában – Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy ezek jellemezhetőek-e az ismert középértékekkel – Érvelés a tanuló saját érdemjegyei alapján különböző statisztikai jellemzők segítségével a kedvezőbb év végi jegyért – Különböző sportágak értékelési rendszerének és statisztikáinak bemutatása tanulói kiselőadás keretében – Osztályok/tantárgyak eredményeinek összehasonlítása érdemjegyek és ezek középértékei alapján	

	– Csoportmunka keretében adott céllal készülő, megtévesztő oszlop- és kördiagramok készítése, ezek szóbeli értékelése, javítása
--	---

10. témakör	Valószínűségszámítás	Órakeret 9 óra
--------------------	-----------------------------	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Tapasztalatai alapján véletlen jelenségek jövőbeni kimenetelére észszerűen tippel.		
Véletlen kísérletek adatait rendszerezi, relatív gyakoriságokat számol, nagy elemszám esetén számítógépet alkalmaz.	Véletlen kísérletek adatait rendszerezi, relatív gyakoriságokat számol, nagy elemszám esetén számítógépet alkalmaz.	
Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése.	Konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza. A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	
<i>Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, biztos eseményre, lehetetlen eseményre, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre.</i> Elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és <i>nem független eseményekre.</i>		

<i>Véletlen esemény és bekövetkezésének esélye, valószínűsége.</i>	<i>A véletlen esemény szimmetria alapján, logikai úton vagy kísérleti úton megadható, megbecsülhető esélye, valószínűsége. Kísérletek, játékok csoportban.</i>	<i>Biológia-egészségtan: öröklés, mutáció.</i>
A valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon.		
A klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása.		
Diszkrét valószínűség-eloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközzel.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, diszkrét valószínűség-eloszlás	
Javasolt tevékenységek	– Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (például dobások szabályos dobókockákkal, pénzérmékkel); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; tippelés az egyes kimenetelekre és becslés a bekövetkezésük valószínűségére – Játékokban a szerencsefaktor vizsgálata, például „Ki nevet a végén” játék esetében az első hatos dobás eloszlása – Különböző társasjátékokban stratégia meghatározása, döntéshozatal esélylatolgatás alapján – Különböző szerencsejátékok (lottó, totó, póker, black jack, internetes sportfogadások) esetében a nyerési esély összehasonlítása	

11. témakör	Rendszerező összefoglalás	Órakeret 25 óra
-------------	---------------------------	--------------------

Tanulási eredmény	<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i> – Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Tudjon definíciókat és tételeket pontosan megfogalmazni. – Értsék, és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Logikai műveletek ismerete és alkalmazása. – Egyszerű összeszámlálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban. – Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. Alkalmazzák a gráfokról tanult ismereteiket gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására. <i>Számтан, algebra</i> – Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok. – Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során. Százalékszámítással kapcsolatos feladatok megoldása. – Elsőfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
-------------------	---

- Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.
- A négyzetgyök azonosságainak használata konkrét esetekben. Gyökjel alól kihozatal, nevező gyöktelenítése. Számológép használata.
- Másodfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- *Másodfokú (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.*
- *Egyismeretlenes egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása.*
- Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása.
- A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.
- A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása.
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.
- Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.
- A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta- rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.

Geometria

- Térelemek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése.
- Nevezetes pontthalmazok ismerete, szerkesztésük.
- A tanult egybevágósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.
- Egybevágó alakzatok; két egybevágó alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület).
- Szimmetria ismerete, használata.
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök).
- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel.
- Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete.
- Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása.
- Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal.
- Kerület és terület szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.
- A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődik a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége.
- A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.
- Ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását.
- A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.
- A hasonlósági transzformáció és tulajdonságainak ismerete.
- Hasonló alakzatok; két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, *térfogat*).
- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel; *magasságtétel és befogótétel* ismerete.

- A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődik a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége.
- A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.
- A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

Valószínűség, statisztika

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása.
- A statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődik. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni.
- Véletlen esemény, elemi esemény, *biztos esemény*, *lehetetlen esemény*, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata.
- Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése.
- A klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása.
- A valószínűségszámítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődik. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét a klasszikus modell alapján.

11. évfolyam

Témakör címe	órakeret
1. Kombinatorika, gráfok	8 óra
2. Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	12 óra
3. Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	15 óra
4. Exponenciális folyamatok vizsgálata	19 óra
5. Trigonometria	25 óra
6. Koordináta geometria	21 óra
7. Leíró statisztika	8 óra
8. Valószínűség-számítás	16 óra
9. Rendszerező összefoglalás	20 óra
Az összes óraszám	144 óra

Sprachliche Kompetenzen

Operatoren⁵ (sprachliche Handlungsaufforderungen, Arbeitsanweisungen) im Fach Mathematik, die in den Jahrgangsstufen 11-12 verwendet werden

Erläuterung zu den Operatoren in der Tabelle:

beobachten (Kl.4←): Der Operator wurde bereits eingeführt, der Schüler/die Schülerin kann diesen Operator ab Ende der Klasse 4 richtig verwenden.

zusammenfassen (Kl.6←): Der Operator wurde bereits eingeführt, der Schüler/die Schülerin kann diesen Operator ab Ende der Klasse 6 richtig verwenden.

analysieren (Kl.8←): Der Operator wurde bereits eingeführt, der Schüler/die Schülerin kann diesen Operator ab Ende der Klasse 8 richtig verwenden.

protokollieren (Kl.10←): Der Operator wurde bereits eingeführt, der Schüler/die Schülerin kann diesen Operator ab Ende der Klasse 10 richtig verwenden.

bewerten: Der Operator muss in den Klassenstufen 11-12 eingeführt werden.

berechnen: Fachspezifischer Operator, der in den Mathematikstunden eingeführt werden muss.

OPERATOREN	ERLÄUTERUNGEN
Reproduktion	<i><u>Wiedergabe von Sachverhalten aus einem begrenzten Gebiet und im gelernten Zusammenhang sowie die <u>Verwendung</u> gelernter und geübter Arbeitstechniken und Methoden.</u></i>
beobachten (Kl.4←)	Personen, Gegenstände, Erscheinungen und Vorgänge gezielt wahrnehmen und erfassen.

⁵ Wurzeln und Flügel: Sprachliche Kompetenzen für den bilingualen Fachunterricht der deutschen Nationalitätenschulen in Ungarn, Teil 01, S. 20-52
<https://udpi.hu/hu/sprachliche-kompetenzen-teil-i/file>

OPERATOREN	ERLÄUTERUNGEN
nennen (Kl.4←)	Inhalte, Sachverhalte aus vorgegebenem Material oder Kenntnisse in eigenen Worten ohne Kommentierung angeben bzw. fachsprachlich richtig bezeichnen.
beschreiben (Kl.4←)	Gegenstände, Sachverhalte, Personen und Vorgänge geordnet und verständlich wiedergeben.
protokollieren (Kl.10←)	Den Ablauf und mögliche Zwischen- und Endergebnisse einer Handlung, eines Versuchs oder eines anderen Vorgangs ohne eigene Bewertung schriftlich festhalten.
<i>berechnen (Kl.4←)</i>	Ergebnisse von einem Ansatz oder einer Formel ausgehend durch Rechenoperationen gewinnen.
<i>zeichnen, graphisch darstellen (Kl.4←)</i>	Eine maßstäblich hinreichend exakte graphische Darstellung anfertigen.
<i>erstellen (Kl.6←)</i>	Sachverhalte, Zusammenhänge, Methoden oder Daten in übersichtlicher, fachlich sachgerechter oder vorgegebener Form darstellen
<i>vereinfachen (Kl.8←)</i>	komplexe Terme oder Gleichungen auf eine Grundform oder eine leichter weiter zu verarbeitende Form bringen
Reorganisation/Transfer	<i>Das selbstständige <u>Bearbeiten</u>, <u>Ordnen</u> und <u>Erklären</u> bekannter Sachverhalte sowie das angemessene <u>Anwenden</u> gelernter Inhalte und Methoden auf andere Sachverhalte.</i>

OPERATOREN	ERLÄUTERUNGEN
gliedern (Kl.4←)	Unterrichtsgegenstände nach selbst gewählten oder vorgegebenen Kriterien in Gruppen ordnen.
einordnen/zuordnen (Kl.4←)	Einen Sachverhalt/eine Aussage nachvollziehbar in einen genannten Zusammenhang einfügen.
charakterisieren (Kl.4←)	Die wesentlichen Merkmale von Unterrichtsgegenständen erarbeiten.
erklären (Kl.4←)	Prozesse, Phänomene und Zusammenhänge von Erscheinungen erfassen und fachsprachlich angemessen hinsichtlich ihrer Gesetzmäßigkeiten bzw. Ursachen nachvollziehbar darstellen.
vergleichen (Kl.4←)	Nach vorgegebenen oder selbst gewählten Gesichtspunkten Gemeinsamkeiten, Ähnlichkeiten und Unterschiede ermitteln und darstellen.
untersuchen (Kl.4←)	Unter bestimmten Aspekten Materialien auf Sachverhalte, Leitgedanken hin untersuchen und Zusammenhänge zwischen den Sachverhalten herstellen.
zusammenfassen (Kl.6←)	Das Wesentliche in konzentrierter und übersichtlicher Form unter Verwendung der Fachsprache herausstellen.
skizzieren (Kl.6←)	Einen Sachverhalt unter einem leitenden Gesichtspunkt in seinen Grundzügen (ggf. über eine grafische Darstellung) verdeutlichen.

OPERATOREN	ERLÄUTERUNGEN
darstellen (Kl.6←)	Sachverhalte, Zusammenhänge, Methoden oder Modellvorstellungen strukturiert, fachsprachlich zutreffend wiedergeben, so dass ggf. auch Beziehungen bzw. Entwicklungen deutlich werden.
definieren (Kl.6←)	Die Bedeutung eines Begriffes unter Angabe eines Oberbegriffes und wesentlicher Merkmale kurz und exakt formulieren.
prüfen und überprüfen (Kl.6←)	Mit Hilfe eigener Beobachtungen oder eigenen Wissens eine genaue Kontrolle der Grundlagen und der Folgerichtigkeit von Gedankengängen und/oder Sachverhalten durchführen.
auswerten (Kl.6←)	Aus einem vorliegenden Sachverhalt Informationen entnehmen und sie für die Bearbeitung bestimmter Aufgaben- und/oder Fragestellungen verwenden.
begründen (Kl.6←)	Einen Sachverhalt auf Regeln und Gesetzmäßigkeiten zurückführen bzw. für ihn den Zusammenhang zwischen Ursache und Wirkung herstellen.
analysieren (Kl.8←)	Unter gezielten Fragestellungen Merkmale eines Sachverhaltes systematisch herausarbeiten und ggf. in Zusammenhängen darstellen.
beweisen/nachweisen (Kl.8←)	Mit Hilfe von sachlichen Argumenten und ggf. mit treffenden Beispielen durch logisches Herleiten zeigen, dass eine Behauptung/Aussage richtig ist.

OPERATOREN	ERLÄUTERUNGEN
herausarbeiten (Kl.10←)	Unter bestimmten Aspekten Materialien auf Sachverhalte, Leitgedanken hin untersuchen und Zusammenhänge zwischen den Sachverhalten herstellen.
erläutern (Kl.10←)	Sachverhalte beschreiben und mit Beispielen oder Zusatzinformationen veranschaulichen und verdeutlichen.
<i>entscheiden (Kl.4←)</i>	einen Sachverhalt oder eine Behauptung unter Verwendung gültiger Schlussregeln oder Berechnungen auf bekannte, gültige Aussagen zurückführen
<i>Reflexion/Problemlösung</i>	<i><u>Umfasst den reflexiven Umgang mit neuen Problemstellungen, sowie das selbstständige Anwenden von Methoden mit dem Ziel, zu Begründungen, Deutungen, Wertungen und Beurteilungen zu gelangen.</u></i>
Schlussfolgerungen ziehen (Kl.8←)	Aus einer Kombination mehrerer Informationen Zusammenhänge herausarbeiten und Folgen ableiten.
Hypothesen bilden (Kl.8←)	Eine begründete Vermutung auf der Grundlage von Beobachtungen, Untersuchungen, Experimenten formulieren.
diskutieren (Kl.8←)	Zu einem Problem, einem Sachverhalt verschiedene Positionen im Dialog gegenüberstellen, Argumente austauschen, abwägen und abschließend die eigene Meinung formulieren.

OPERATOREN	ERLÄUTERUNGEN
entwickeln (Kl.10←)	Sachverhalte und Methoden zielgerichtet in einen Zusammenhang bringen und daraus einen Text, eine Abbildung, eine eigene Vorstellung oder ein Konzept erstellen beziehungsweise erarbeiten.
interpretieren (Kl.10←)	Sachverhalte (z. B. die Ergebnisse von Experimenten) oder lineare/nicht lineare Texte unter einer bestimmten Fragestellung analysieren und Erklärungs-/Deutungsmöglichkeiten herausarbeiten.
Stellung nehmen (Kl.10←)	Nach kritischer Prüfung eines Sachverhaltes eine persönliche Einschätzung formulieren.
beurteilen (Kl.10←)	Unter Verwendung von Fachwissen und Fachmethoden unter Ausschluss subjektiver Momente ein überprüfbares, begründetes Urteil zu einem Problem/einem Sachverhalt entwickeln.
bewerten	Sachverhalte bzw. Aussagen anhand geeigneter Kriterien unter Nutzung von Fachwissen bzw. Fachmethoden reflektieren, prüfen, an Wertkategorien messen und auf dieser Grundlage eine eigene begründete Position formulieren.
erörtern	Argumente, Gegenargumente und Beispiele zu einer Aussage oder These kritisch durchdenken, einander gegenüberstellen und eine reflektierte, abwägende Auseinandersetzung führen.
<i>verallgemeinern</i>	Aus einem beispielhaft erkannten Sachverhalt eine erweiterte Aussage formulieren.

1. témakör	Kombinatorika, gráfok	Órakeret 8 óra
------------	-----------------------	-------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása.	Matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi. Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. A kiválasztott modellben megoldja a problémát. Megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat.	<i>Német népismeret:</i> kombinatorikafeladatok a német népismeret területéről
Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. Matematikatörténet: Erdős Pál.	A problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot.	<i>Földrajz:</i> előrejelzések, tendenciák megfogalmazása. <i>Biológia-egészségtan:</i> genetika.
A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.	
Kulcsfogalmak/fogalmak	faktoriális, binomiális együttható, mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül	
Javasolt tevékenységek	– Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása	

	– A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása – Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül
--	---

2. témakör	Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	Órakeret 12 óra
-------------------	---	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Oszthatóság definíciója és szabályai.	Ismeri és alkalmazza az oszthatóság alapvető fogalmait.	
Prímtényezős felbontás. <i>Matematikatörténeti és számelméleti érdekességek:</i> (pl. végtelen sok prímszám létezik, tökéletes számok, barátságos számok, Eukleidész, Mersenne, Euler, Fermat)	Összetett számokat felbont prímszámok szorzatára.	<i>Német népismeret:</i> Euler
Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényezős felbontásból. Relatív prímelek.	Meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban.	
Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása.	Ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat.	
Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka).		

Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben. Matematikatörténet: Neumann János.	Érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben.	<i>Informatika:</i> kommunikáció ember és gép között, adattárolás egységei.
Kulcsfogalmak/fogalmak	prím, összetett szám, relatív prímek, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, számrendszer	
Javasolt tevékenységek	– Oszthatósággal kapcsolatos „bűvészlükkök” bemutatása – Számrendszerek segítségével megoldható rejtvények – Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól – Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás	

3. témakör	Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	Órakeret 15 óra
-------------------	--	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Az n -edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása. <i>Az n-edik gyök azonosságai.</i>	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása. Ismeri és alkalmazza az n -edik gyök fogalmát	
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanencia-elv alkalmazása.	

Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása. Ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait.	
A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén.		
Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel. A függvények tulajdonságai.	Képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol. Adott értékkészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.	
A logaritmus értelmezése. <i>Matematikatörténet:</i> <i>A logaritmussal való számolás szerepe (például a Kepler-törvények felfedezésében).</i>	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Fizika:</i> Kepler-törvények. <i>Német népismeret:</i> Kepler
Zsebszámológép használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.
<i>A logaritmus azonosságai.</i> Áttérés más alapú logaritmusra.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	
Kulcsfogalmak/fogalmak	n-edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus	
Javasolt tevékenységek	– A permanencia-elv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt	

	– Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projektmunkában – Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában – Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével – 10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel
--	--

4. témakör	Exponenciális folyamatok vizsgálata	Órakeret 19 óra
-------------------	--	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban.		<i>Német népismeret:</i> exponenciális változás a társadalomban
A definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek.	Megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák – demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési

		válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.
Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott problémák megoldása.	Matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi. Adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít; a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot; a kiválasztott modellben megoldja a problémát; a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát. Egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi. Ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz:</i> a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek;</i> <i>földrajz:</i> globális kérdések: - erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öregedő Európában.
<i>A definíciók és a logaritmus azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható logaritmikus egyenletek.</i>	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	<i>Életvitel és gyakorlat:</i> zajszenyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás.

		<i>Biológia-egészségtan:</i> érzékelés, az inger és az érzet.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	-	
Javasolt tevékenységek	– Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban – Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában – Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése	

5. témakör	Trigonometria	Órakeret 25 óra
-------------------	----------------------	----------------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense, <i>cotangense</i> .	Ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben.	
Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben.	Alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban.	
Tompaszög szinusza, koszinusza, tangense.	Ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján.	

	Ismeri a hegyes- és tompaszögek szögfüggvényeinek összefüggéseit.	
Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszí összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei.		
Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével.	A szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöget.	
<i>Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg, ctg).</i>	<i>A kiterjesztés szükségességének, alapgondolatának megértése. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.</i>	<i>Fizika: periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram.</i> <i>Földrajz: térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.</i>
<i>A trigonometrikus függvények transzformációi: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$.</i>	<i>Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.</i>	<i>Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata.</i>
Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében.	A háromszög területének kiszámítása különböző adatokból.	
Színusztétel, koszinusztétel. A színusztétel bizonyítása.	Ismeri és alkalmazza a színusz- és a koszinusztételt. Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel).	<i>Fizika: vektor felbontása adott állású összetevőkre.</i> <i>Földrajz: térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.</i>

A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák.	A problémához hasonló egyszerű probléma keresése.	<i>Fizika: rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.</i> <i>Német népismeret: számolási feladatok nevezetes német épületekkel.</i>
Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével.	Ismeri és alkalmazza speciális négyszögek területének kiszámítási módját.	
Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása.		
<i>Tudjon definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő feladatokat megoldani.</i>		
Kulcsfogalmak/fogalmak	szinusz, koszinusz, tangens, szinusztétel, koszinusztétel, <i>szinuszfüggvény, koszinuszfüggvény, tangensfüggvény</i>	
Javasolt tevékenységek	– Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése – Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján – Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában	

6. témakör	Koordinátageometria	Órakeret
------------	---------------------	----------

		21 óra
--	--	---------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Vektorokról tanultak ismételése: A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában.	Ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat. Ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket. Alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában.	<i>Fizika:</i> vonatkoztatási rendszer, hely megadása.
<i>Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. Két vektor merőlegességének szükséges és elégséges feltétele.</i>	<i>A művelet újszerűségének felfedezése.</i> <i>A szükséges és az elégséges feltétel felismerése, megkülönböztetése.</i>	<i>Fizika: mechanikai munka, mágneses fluxus.</i>
Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.	A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése. Megad pontot és vektort koordinátaival a derékszögű koordináta-rendszerben.	
Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben.	Koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat.	
Műveletek koordinátaikkal adott vektorokkal. <i>Skaláris szorzat kiszámítása koordinátákból.</i>	Koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal.	<i>Fizika:</i> erők összeadása komponensek segítségével,

		háromdimenziós képalkotás (hologram).
A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, a <i>háromszög súlypontjának</i> koordinátái.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	<i>Fizika</i> : hely megadása.
Vektor abszolútértéke koordinátákkal. Két pont távolsága, a szakasz hossza.	Képletek értelmezése, alkalmazása. Koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal.	
Egyenes egyenlete $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban.	Ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét.	
Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján.	Egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére.	
Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái.	Kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében. Felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.	
A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében.	Megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében.	<i>Informatika</i> : pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
<i>Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens.</i>	<i>Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.</i>	<i>Informatika</i> : pontthalmaz megjelenítése képernyőn

		(geometriai szerkesztőprogram).
<i>Íránytangens és az egyenes meredeksége.</i>		<i>Fizika: út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata.</i>
<i>A merőlegesség megfogalmazása skaláris szorzattal.</i>	<i>Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban.</i>	
<i>Az egyenes egyenlete. Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele.</i>	<i>Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értéke, használata.</i>	<i>Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).</i>
<i>Két egyenes metszéspontja. Kör és egyenes kölcsönös helyzete.</i>	<i>Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).</i>	<i>Informatika: pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).</i>
<i>A kör adott pontjában húzott érintője.</i>	<i>A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása.</i>	<i>Informatika: pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).</i>
<i>A koordinátagéometriai ismeretek alkalmazása egyszerű síkgeometriai feladatok megoldásában. Elemi háromszög- és négyszög-geometriai feladatok megoldása koordinátagéometriai eszközökkel.</i>	<i>Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.</i>	<i>Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata).</i>

		<i>Fizika: égitestek pályája.</i>
Kulcsfogalmak/fogalmak	vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete, <i>skaláris szorzat</i>	
 Javasolt tevékenységek	– „Torpedójáték” koordináta-rendszerben – Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével – Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján – Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával – Gondolattérkép készítése a koordinátageometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában – „Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusan, digitális eszköz segítségével – „Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben	

7. témakör	Leíró statisztika	Órakeret 8 óra
-------------------	--------------------------	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete.		
Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése.	Adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez.	

Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középtételekkel és szóródási mutatókkal.	Hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli. A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése. Közüvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.	<i>Német népismeret:</i> adatok német nyelvterületről
Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása.	Ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására.	
A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések.		
Adatok osztályba sorolása. Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal.		
Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése.	Felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.	
Kulcsfogalmak/fogalmak	reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelelem, szórás	
Javasolt tevékenységek	– Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre – Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között	

	– A Simpson-paradoxon bemutatása példákon – Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása – Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése
--	---

8. témakör	Valószínűség-számítás	Órakeret 16 óra
-------------------	------------------------------	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására. Példák ismerete független és nem független eseményekre.	Konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza.	
A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása. Egyszerű valószínűség-számítási problémák.	Ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet.	<i>Fizika:</i> az űrkutatás hatása mindennapjainkra, a találkozás valószínűsége.

Matematikatörténet: Rényi: Levelek a valószínűségről.		
A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása.	Ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét.	
Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén.	Meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén. Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (binomiális eloszlás).
A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban.		
Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat).		
Kulcsfogalmak/fogalmak	események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték, valószínűség matematikai fogalma, klasszikus valószínűség-számítási modell	
Javasolt tevékenységek	– Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérmével dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetekre, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában – Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában – Orvosi tesztek eredményének esélyelemzése fagráf segítségével	

	– Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyeresmény és az igazságosság fogalmának kialakítása – Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése – Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése
--	--

9. témakör	Rendszerező összefoglalás	Órakeret 20 óra
-------------------	----------------------------------	----------------------------

Tanulási eredmények	<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i> – A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. – A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. – A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani. <i>Számтан, algebra</i> – Összetett számokat felbont prímszámok szorzatára. Meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban. Ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat. – Számokat felír 10-estől különböző alapú számrendszerben. – A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete. – A logaritmus fogalmának ismerete. – A gyök, a hatvány és a <i>logaritmus</i> azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából. Áttérés más alapú logaritmusra. – Egyszerű exponenciális és <i>logaritmusos</i> egyenletek felírása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése.
----------------------------	---

	– Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése a hegyesszögek szögfüggvényeivel. Ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján. – A háromszög területének kiszámítása különböző adatokból. – Ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt. – Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. – A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával. – Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban. <i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i> – <i>Trigonometrikus függvények értelmezése, alkalmazása.</i> – <i>Függvénytranszformációk végrehajtása.</i> – Exponenciális függvény és <i>logaritmushüggvény</i> ismerete. – Exponenciális folyamatok matematikai modelljének megértése. – Az új függvények ismerete és jellemzése kapcsán a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról. <i>Geometria</i> – Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében. – A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban. – A valós problémákhoz geometriai modell alkotása. – Hosszúság és szög kiszámítása. – Ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat. Ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket. – <i>Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása.</i> – Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása. Szakasz felezőpontja. – A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: <i>távolság, szög</i> számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.
--	---

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középértékekkel és szóródási mutatókkal. Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása.
- Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.
- Konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza.
- Ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet.
- Ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét.
- Meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén.

12. évfolyam

Témakör címe	órakeret
1. Sorozatok	24 óra
2. Térgeometria	28 óra
3. Rendszerező összefoglalás	76 óra
Az összes óraszám	128 óra

1. témakör	Sorozatok	Órakeret 24 óra
------------	-----------	--------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
A számsorozat fogalmának ismerete. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval. Matematikatörténet: Fibonacci, Gauss.	Számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat. Sorozat megadása rekurzióval és képlettel.	<i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése. <i>Német népismeret:</i> Gauss.
Számtani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint. Számtani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege, és az összegre vonatkozó képlet bizonyítása.	A számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja. A számtani/mértani sorozat n-edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében.	
Mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint. Mértani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege, és az összegre vonatkozó képlet bizonyítása.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.	<i>Fizika; kémia, biológia- egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> exponenciális folyamatok vizsgálata.

Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában.	Mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában.	
Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása. Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjáradék és törlesztőrészlet számítása.	Ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit, használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában.	<i>Földrajz:</i> a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés.
Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása.	Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye.	
A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. Matematikatörténet: Fibonacci.	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel.	<i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és

		módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.
Számtani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. Matematikatörténet: Gauss.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.	
Mértani sorozat, az n. tag, az első n tag összege.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.	<i>Fizika; kémia, biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: exponenciális folyamatok vizsgálata.</i>
Kamatokamat-számítás.	Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye. Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás). A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása.	<i>Földrajz: a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás.</i> <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.</i> <i>Magyar nyelv és irodalom: szövegértés.</i>

Kulcsfogalmak/ fogalmak	számsorozat, számtani sorozat, mértani sorozat, tőke, kamatláb, kamat, kamatos kamat, futamidő, gyűjtőjáradék, törlesztőrészlet
Javasolt tevékenységek	– Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat – Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével – A sakktáblára elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása – Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével

2. témakör	Térgeometria	Órakeret 28 óra
-------------------	---------------------	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Területszámításról tanultak ismételése. Síkidomok kerületének és területének számítása. Nevezetes négyszögek, szabályos sokszögek, kör körcikk, körszelet kerülete, területe.	Ismeretek alkalmazása.	<i>Földrajz:</i> felszínszámítás.
Térelemek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban.	Ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét.	

A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete.	Ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált.	
Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete.	Ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén.	
Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben.	Ismeretek alkalmazása. Sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát.	<i>Földrajz:</i> felszínszámítás.
A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban.	A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek).	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgeometriai szimulációs program). <i>Kémia:</i> kristályok.
A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben.	Lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját.	
A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással.	Ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait. A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása.	

Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása.	Kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben.	
A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása.	Ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgometriai szimulációs program).
Kulcsfogalmak/fogalmak	kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplap, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálój, terület, felszín, térfogat	
Javasolt tevékenységek	– Hétköznapi tárgyak (üdítődoboz, vizesflakon, tejföldsdoboz stb.) térfogatának megállapítása méréssel, a kapott eredmény összehasonlítása a tárgyon szereplő értékkel – A Louvre bejárataként épített üvegpiramis földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről) – Annak becslése csoportmunkában, hogy a teret milyen arányban tudjuk kitölteni egybevágó érintkező gömbökkel különböző elrendezések esetén – Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése méréssel – A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmodellen méréssel és számolással, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal – Projektmunka a gömbről: hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben, a többi tantárgyban és a matematikában; a gömbi geometria alapjai	

3. témakör	Rendszerező összefoglalás	Órakeret 76 óra
-------------------	----------------------------------	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i>		
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).	
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek. Állítások megfordítása, tagadása.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	<i>Filozófia:</i> logika - a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, a logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez. <i>Informatika:</i> Egy bizonyos, nemrég történt esemény információinak begyűjtése több párhuzamos forrásból, ezek összehasonlítása, elemzése, az igazságtartalom keresése, a manipulált információ felfedése.

		Navigációs eszközök használata: hierarchizált és legördülő menük használata.
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.	
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	
Bizonyítási módszerek.	Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése.	<i>Filozófia</i> : szillogizmusok.
Kombinatorika: leszámlálási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.	Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.	
<i>Számтан, algebra</i>		
Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat</i> : alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.

Egyenletek és egyenlőtlenségek.	Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével.	
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, <i>logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.</i>	Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a <i>szögfüggvények példáján.</i>	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: képletek használata</i>
Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	
Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. <i>Abszolút értéket tartalmazó egyenletek.</i> Egyszerű exponenciális, <i>logaritmikus és trigonometrikus egyenletek.</i>	Tanult egyenlet típusok és egyenlőtlenség típusok önálló megoldása.	
Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>
<i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i>		

A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	
A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	
Függvénytranszformációk: $f(x) + c$, $f(x + c)$; $cf(x)$; $f(cx)$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	
Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.	Emlékezés, ismeretek mozgósítása.	
	Függvények használata valós folyamatok elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	<i>Fizika, kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek; matematikai modellek.</i>
<i>Geometria</i>		
Geometriai alapfogalmak, pontthalmazok.		
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.		

Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	
Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.	
Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.	
Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok.		
Vektorok, vektorok koordinátái. <i>Bázisrendszer.</i> <i>Matematikatörténet:</i> a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n-esig.		
Vektorok alkalmazásai.		
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Két alakzat közös pontja. <i>Matematikatörténet:</i> nevezetes szerkeszthetőségi problémák.	Geometria és algebra összekapcsolása.	
Valószínűség-számítás, statisztika		

Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a tartalom értékelése hihetőség szempontjából; a szöveg hitelességével kapcsolatos tartalmi elemek magyarázata; a kétértelmű, többjelentésű tartalmi elemek feloldása; egy következtetés alapját jelentő tartalmi elem felismerése; az olvasó előismereteire alapozó figyelemfelhívó jellegű címadás felismerése.
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. Várható érték. A véletlen törvényszerűségei.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazműveletek, logikai műveletek és események közötti műveletek összekapcsolása. A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan:</i> szenvedélybetegségek és rizikófaktor.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Tételelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.	

Tanulási eredmények	<i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i> – A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások. <i>Geometria</i> – A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban. – A valós problémákhoz geometriai modell alkotása. – Kerület, terület kiszámítása háromszögek, nevezetes négyszögek, szabályos sokszögek, kör, körcikk, körszelet esetén. – Felszín és térfogat kiszámítása hasáb, forgáshenger, gúla, forgáskúp, gömb, csonkagúla és csonkakúp esetén. <i>Összességében</i> – A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat. – Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat. – Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni. – Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket. – Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni. – A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket. – A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére. – A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége. – A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek a matematika alapvető kultúrtörténeti ismereteivel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.
---------------------------------------	---

11. évfolyam – emelt szintű

Témakör címe	órakeret
1. Kombinatorika, gráfok	10 óra
2. Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	12 óra
3. Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	19 óra
4. Exponenciális folyamatok vizsgálata	21 óra
5. Trigonometria	33 óra
6. Koordinátageometria	31 óra
7. Leíró statisztika	8 óra
8. Valószínűség-számítás	21 óra
9. Sorozatok	24 óra
10. Térgeometria	28 óra
11. Rendszerező összefoglalás	21 óra
Az összes óraszám	228 óra

1. témakör	Kombinatorika, gráfok	Órakeret 10 óra
-------------------	------------------------------	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása.	Matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi. Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. A kiválasztott modellben megoldja a problémát. Megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat.	
Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. Matematikatörténet: Erdős Pál. A permutációk (ismétlés nélkül és ismétléssel), variációk (ismétlés nélkül és ismétléssel), kombinációk (ismétlés nélkül) kiszámítására vonatkozó képletek ismerete, bizonyítása és alkalmazása.	A problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot.	<i>Földrajz:</i> előrejelzések, tendenciák megfogalmazása. <i>Biológia-egészségtan:</i> genetika.
A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása. A binomiális tétel ismerete és alkalmazása. A Pascal-háromszög és alapvető tulajdonságainak ismerete.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.	

Kulcsfogalmak/fogalmak	faktoriális, binomiális együttható, mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül
Javasolt tevékenységek	– Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása – A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása – Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül

2. témakör	Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	Órakeret 12 óra
-------------------	---	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Oszthatóság definíciója és szabályai.	Ismeri és alkalmazza az oszthatóság alapvető fogalmait.	
Prímtényezős felbontás. A számelmélet alaptétele. Végtelen sok prímszám létezésének bizonyítása. <i>Matematikatörténeti és számelméleti érdekességek:</i> (pl. végtelen sok prímszám létezik, tökéletes számok, barátságos számok, Eukleidész. Mersenne, Euler, Fermat)	Összetett számokat felbont prímszámok szorzatára.	
Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényezős felbontásból.	Meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban.	

Relatív prímek. A természetes számok pozitív osztóinak számának meghatározása.		
Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása.	Ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat.	
Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka).		
Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben. Számok felírása 10-es alapú számrendszerből n alapú ($n < 9$) számrendszerbe és viszont. n alapú ($n < 9$) számrendszerben felírt számok összeadása és kivonása. Matematikatörténet: Neumann János.	Érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben.	<i>Informatika:</i> kommunikáció ember és gép között, adattárolás egységei.
Kulcsfogalmak/fogalmak	prím, összetett szám, relatív prímek, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, számrendszer	
Javasolt tevékenységek	– Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztrükkök” bemutatása – Számrendszerek segítségével megoldható rejtvények – Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól – Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás	

3. témakör	Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	Órakeret 19 óra
-------------------	--	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Az n-edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása. Az n-edik gyök azonosságai.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása. Ismeri és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát	
$x \mapsto x^n$ ($n \in \mathbb{N}^+$) függvény ábrázolása, jellemzése.	Ismerje és tudja ábrázolni az $x \mapsto x^n$ ($n \in \mathbb{N}^+$) függvényt.	
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanencia-elv alkalmazása.	
Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása. Ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait.	
A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén.		
Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel. A függvények tulajdonságai.	Képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol. Adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.	

A logaritmus értelmezése. A logaritmusfüggvények vizsgálata. Logaritmus alapfüggvények grafikonja, jellemzésük. A logaritmusfüggvény mint az exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta-rendszerben. <i>Matematikatörténet:</i> A logaritmussal való számolás szerepe (például a Kepler-törvények felfedezésében). Az inverzfüggvény fogalmának ismerete és alkalmazása. Az összetett függvény fogalma, képzésének módja.	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát. Tud a középszinten felsorolt függvényekből összetett függvényeket képezni.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Fizika:</i> Kepler-törvények.
Zsebszámológép használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.
A logaritmus azonosságai. A szorzat, a hányados és a hatvány logaritmusára vonatkozó azonosságok bizonyítása. Áttérés más alapú logaritmusra. A más alapú logaritmusra való áttérés szabályának bizonyítása. Az értelmezési tartomány változásának vizsgálata az azonosságok kétirányú alkalmazásánál. A logaritmus azonosságainak alkalmazása kifejezések számértékének meghatározására, kifejezések átalakítására.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	

Kulcsfogalmak/fogalmak	n-edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus
 Javasolt tevékenységek	– A permanencia-elv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt – Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projektmunkában – Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában – Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével – 10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel

4. témakör	Exponenciális folyamatok vizsgálata	Órakeret 21 óra
-------------------	--	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban.		
A definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek. Összetett exponenciális egyenletek, egyenletrendszerek megoldása.	Megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák – demográfiai mutatók, a Föld eltartó

		képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.
Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott problémák megoldása. Egyszerű exponenciális egyenlőtlenségek megoldása.	Matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi. Adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít; a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot; a kiválasztott modellben megoldja a problémát; a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát. Egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi. Ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz:</i> a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek;</i> <i>földrajz:</i> globális kérdések: - erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öregedő Európában.
A definíciók és a logaritmus azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható logaritmusos egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	<i>Életvitel és gyakorlat:</i> zajszenyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás.

		<i>Biológia-egészségtan:</i> érzékelés, az inger és az érzet.
Összetett logaritmikus egyenletek, egyenletrendszerek megoldása. Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával. Értelmezési tartomány vizsgálatának fokozott szükségessége logaritmikus egyenleteknél. Egyszerű logaritmikus egyenlőtlenségek megoldása.	Összetett logaritmikus egyenletek, egyenletrendszerek megoldása.	
Paraméteres exponenciális és logaritmikus egyenletek.	Paraméteres exponenciális és logaritmikus egyenletek megoldása.	
Egyenletek ekvivalenciájával kapcsolatos ismeretek összegzése.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	-	
Javasolt tevékenységek	– Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban – Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában – Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése	

5. témakör	Trigonometria	Órakeret 33 óra
-------------------	----------------------	----------------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense, cotangense.	Ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben.	
Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben.	Alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban.	
Tompaszög szinusza, koszinusza, tangense.	Ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján. Ismeri a hegyes- és tompaszögek szögfüggvényeinek összefüggéseit.	
Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszí összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei.		
Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével.	A szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöget.	
Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg, ctg). Összefüggés a szög és a negatív szöge szinusza, illetve koszinusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.	A kiterjesztés szükségességének, alapgondolatának megértése. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.	<i>Fizika:</i> periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram. <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.

A trigonometrikus függvények transzformációi: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$.	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében.	A háromszög területének kiszámítása különböző adatokból.	
A háromszög egy oldalának kifejezése a köré írt kör sugara és szemközti szög segítségével.	A háromszög hiányzó adatainak meghatározása.	
Színusztétel, koszinusztétel. A színusztétel bizonyítása. A koszinusztétel bizonyítása. Kapcsolat a Pitagorasz-tétellel. Általános háromszög adatainak meghatározása. Egyértelműség vizsgálata. Szög, távolság, terület meghatározása gyakorlati problémákban is. Bizonyítási feladatok.	Ismeri és alkalmazza a színusz- és a koszinusztételt. Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel).	<i>Fizika:</i> vektor felbontása adott állású összetevőkre. <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák.	A problémához hasonló egyszerű probléma keresése.	
Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével.	Ismeri és alkalmazza speciális négyszögek területének kiszámítási módját.	
Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása.		

Szögfüggvény definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő feladatokat megoldása. Trigonometrikus egyenletek. Az összes megoldás megkeresése. Hamis gyökök elkerülése. Másodfokúra visszavezethető és az alábbi azonosságok alkalmazásával megoldható egyenletek megoldása: $\sin(\alpha + \beta)$, $\cos(\alpha + \beta)$, $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$, $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$, $\operatorname{tg} 2\alpha$ Az addíciós összefüggések függvénytáblázat segítségével történő alkalmazása egyszerű feladatokban.	A megfelelő összefüggések, azonosságok alkalmazásával trigonometrikus egyenletek megoldása.	
Egyszerű trigonometrikus egyenlőtlenségek megoldása. Grafikus megoldás vagy egységkör alkalmazása. Trigonometrikus kifejezések szélsőértékének keresése.	Egyszerű trigonometrikus egyenlőtlenségek megoldása.	<i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.
Kulcsfogalmak/fogalmak	szinusz, koszinusz, tangens, szinusztétel, koszinusztétel, szinuszfüggvény, koszinuszfüggvény, tangensfüggvény	
Javasolt tevékenységek	– Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése – Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján	

	– Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában
--	---

6. témakör	Koordinátageometria	Órakeret 31 óra
-------------------	----------------------------	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Vektorokról tanultak ismételése: A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában. Az egyértelmű vektorfelbontás tétele.	Ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat. Ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket. Alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában.	<i>Fizika:</i> vonatkoztatási rendszer, hely megadása.
Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. Két vektor merőlegességének szükséges és elégséges feltétele.	A művelet újszerűségének felfedezése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése, megkülönböztetése.	<i>Fizika: mechanikai munka, mágneses fluxus.</i>
Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.	A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése. Megad pontot és vektort koordinátaival a derékszögű koordináta-rendszerben.	

Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben.	Koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat.	
Műveletek koordinátaikkal adott vektorokkal. Skaláris szorzat kiszámítása koordinátákból. A skalárszorzat koordinátákból való kiszámítására vonatkozó tétel bizonyítása. Koordinátaikkal adott vektorok hajlásszögének meghatározása.	Koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal.	<i>Fizika:</i> erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).
A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái. A szakasz felezőpontja és harmadoló pontjai koordinátáinak kiszámítására vonatkozó összefüggések igazolása. Szakasz n: m arányú osztópontjának koordinátáinak kiszámítása. A háromszög súlypontjának koordinátáira vonatkozó összefüggés igazolása.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	<i>Fizika:</i> hely megadása.
Vektor abszolútértéke koordinátákkal. Két pont távolsága, a szakasz hossza.	Képletek értelmezése, alkalmazása. Koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal.	
Egyenes egyenlete $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban.	Ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét.	

Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján.	Egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére.	
Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái.	Kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében. Felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.	
A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében. A kör egyenletének levezetése. A kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet kapcsolatának ismerete.	Megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Iránytangens és az egyenes meredeksége.		<i>Fizika: út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata.</i>
A merőlegesség megfogalmazása skaláris szorzattal.	Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban.	
Az egyenes egyenlete. Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értése, használata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).

Az egyenes egyenletének a síkban különböző kiindulási adatokból való levezetése. Síkbeli egyenesek hajlásszögének meghatározása.		
Két egyenes metszéspontja. Kör és egyenes kölcsönös helyzete. Két kör kölcsönös helyzetének, metszéspontjainak meghatározása.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A kör adott pontjában húzott érintője. Külső pontból húzott érintő egyenletének felírása.	A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A koordináta geometriai ismeretek alkalmazása egyszerű síkgeometriai feladatok megoldásában. Elemi háromszög- és négyszög-geometriai feladatok megoldása koordináta geometriai eszközökkel.	Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata). <i>Fizika:</i> égitestek pályája.
Parabola A parabola $x^2 = 2py$ alakú egyenletének levezetése. A koordinátatengelyekkel párhuzamos tengelyű parabolákkal kapcsolatos feladatok megoldása. A parabola és az egyenes kölcsönös helyzete.	A koordinátatengelyekkel párhuzamos tengelyű parabolákkal kapcsolatos feladatok megoldása.	<i>Fizika:</i> geometriai optika, fényszóró, visszapillantó tükör.

Kulcsfogalmak/fogalmak	vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete, skaláris szorzat
Javasolt tevékenységek	– „Torpedójáték” koordináta-rendszerben – Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével – Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján – Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával – Gondolattérkép készítése a koordinátageometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában – „Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusán, digitális eszköz segítségével – „Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben

7. témakör	Leíró statisztika	Órakeret 8 óra
-------------------	--------------------------	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete.		
Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése.	Adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez.	

Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középtértékekkel és szóródási mutatókkal.	Hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli. A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése. Közzvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.	
Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása.	Ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására.	
A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések.		
Adatok osztályba sorolása. Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal.		
Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése.	Felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.	
Kulcsfogalmak/fogalmak	reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórás	
Javasolt tevékenységek	– Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre – Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között	

	– A Simpson-paradoxon bemutatása példákon – Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása – Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése
--	---

8. témakör	Valószínűség-számítás	Órakeret 21 óra
-------------------	------------------------------	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására. Példák ismerete független és nem független eseményekre.	Konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza.	
A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása. Egyszerű valószínűség-számítási problémák.	Ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet.	<i>Fizika:</i> az úrkutatás hatása mindennapjainkra, a találkozás valószínűsége.

Kizáró események, független események valószínűsége. Matematikatörténet: Rényi: Levelek a valószínűségről.		
A következő fogalmak ismerete és alkalmazása: események egyesítésének, metszetének és komplementerének valószínűsége, feltételes valószínűség, függetlenség, függőség.	Műveletek eseményekkel.	<i>Informatika:</i> véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.
A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása.	Ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét.	
Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén. A binomiális eloszlás (visszatevéses modell) és a hipergeometriai eloszlás (visszatevés nélküli modell) értelmezése. Ezek alkalmazásával konkrét valószínűségek kiszámítása.	Meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén. Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (binomiális eloszlás).
A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban. A várható érték meghatározása a diszkrét egyenletes és a binomiális eloszlás esetén.	A várható érték meghatározása.	
Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat).		
Kulcsfogalmak/fogalmak	események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel,	

	viSSZatevés nélküli mintavétel, várható érték, valószínűség matematikai fogalma, klasszikus valószínűség-számítási modell
Javasolt tevékenységek	– Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérmével dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetekre, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában – Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában – Orvosi tesztek eredményének esélyelemzése fagráf segítségével – Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyeremény és az igazságosság fogalmának kialakítása – Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése – Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése

9. témakör	Sorozatok	Órakeret 24 óra
-------------------	------------------	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
A számsorozat fogalmának ismerete. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval. Matematikatörténet: Fibonacci, Gauss.	Számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat. Sorozat megadása rekurzióval és képlettel.	<i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.

Számtani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint. Számtani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege, és az összegre vonatkozó képlet bizonyítása. A számtani sorozat általános tagjára vonatkozó összefüggés, valamint az összegképlet bizonyítása.	A számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja. A számtani/mértani sorozat n-edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében.	
Mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint. Mértani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege, és az összegre vonatkozó képlet bizonyítása. A mértani sorozat általános tagjára vonatkozó összefüggés, valamint az összegképlet bizonyítása.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.	<i>Fizika; kémia, biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: exponenciális folyamatok vizsgálata.</i>
Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában.	Mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában.	
Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása. Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjáradék és törlesztőrészlet számítása.	Ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit, használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában.	<i>Földrajz: a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás.</i> <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: a</i>

		család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés.
Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása.	Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	számsorozat, számtani sorozat, mértani sorozat, tőke, kamatláb, kamat, kamatos kamat, futamidő, gyűjtőjáradék, törlesztőrészlet	
Javasolt tevékenységek	– Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat – Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével – A sakktáblára elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása – Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével	

10. témakör	Térgeometria	Órakeret 28 óra
--------------------	---------------------	----------------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
---	----------------------------	----------------------------

Területszámításról tanultak ismételése. Síkídomok kerületének és területének számítása. Nevezetes négyszögek, szabályos sokszögek, kör körcikk, körszelet kerülete, területe.	Ismeretek alkalmazása.	<i>Földrajz:</i> felszínszámítás.
Tételek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban.	Ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a tételek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét.	
A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete.	Ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált.	
Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete.	Ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén.	
Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben.	Ismeretek alkalmazása. Sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát.	<i>Földrajz:</i> felszínszámítás.
A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban.	A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek).	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgeometriai szimulációs program). <i>Kémia:</i> kristályok.
A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben.	Lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját.	

A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással. A csonkagúla és a csonkakúp térfogatképletének bizonyítása.	Ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait. A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása.	
Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása.	Kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben.	
A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása.	Ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételt.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgometriai szimulációs program).
Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúla és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp), gömb.	A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek).	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgometriai szimulációs program). <i>Kémia:</i> kristályok.
Kulcsfogalmak/fogalmak	kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplapp, oldallapp, alappél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálóját, terület, felszín, térfogat	
Javasolt tevékenységek	– Hétköznapi tárgyak (üdítődoboz, vizesflakon, tejfölösdoboz stb.) térfogatának megállapítása méréssel, a kapott eredmény összehasonlítása a tárgyon szereplő értékkel	

	– A Louvre bejárataként épített üvegpiramis földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről) – Annak becslése csoportmunkában, hogy a teret milyen arányban tudjuk kitölteni egybevágó érintkező gömbökkel különböző elrendezések esetén – Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése méréssel – A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmodellen méréssel és számolással, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal – Projektmunka a gömbről: hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben, a többi tantárgyban és a matematikában; a gömbi geometria alapjai
--	---

11. témakör	Rendszerező összefoglalás	Órakeret 21 óra
--------------------	----------------------------------	----------------------------

Tanulási eredmények	<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i> – A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. – A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. – A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani. <i>Számтан, algebra</i> – Összetett számokat felbont prímszámok szorzatára. Meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban. Ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat.
----------------------------	---

- Számokat felír 10-estől különböző alapú számrendszerben.
- A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából. Áttérés más alapú logaritmusra.
- Egyszerű exponenciális és logaritmosos egyenletek felírása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése.
- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése a hegyesszögek szögfüggvényeivel. Ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján.
- A háromszög területének kiszámítása különböző adatokból.
- Ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.
- Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák.
- A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával.
- Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- Trigonometrikus függvények értelmezése, alkalmazása.
- Függvénytranszformációk végrehajtása.
- Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény ismerete.
- Exponenciális folyamatok matematikai modelljének megértése.
- Az új függvények ismerete és jellemzése kapcsán a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról.
- A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások.

Geometria

- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében.

- A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.
- A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- Hosszúság és szög kiszámítása.
- Ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat. Ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket.
- Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása.
- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása. Szakasz felezőpontja.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.
- A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.
- A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- Kerület, terület kiszámítása háromszögek, nevezetes négyszögek, szabályos sokszögek, kör, körcikk, körszelet esetén.
- Felszín és térfogat kiszámítása hasáb, forgáshenger, gúla, forgáskúp, gömb, csomkakúla és csomkakúp esetén.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középértékekkel és szóródási mutatókkal. Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása.
- Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.
- Konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza.
- Ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet.
- Ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét.
- Meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén.

12. évfolyam – emelt szintű

Témakör címe	órakeret
1. Számhalmazok	6 óra
2. Gondolkodási módszerek	8 óra
3. Sorozatok	28 óra
4. Nevezetes egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok elemi megoldása	8 óra
5. Folytonosság, differenciálszámítás	26 óra
6. Integrálszámítás	32 óra
7. Rendszerező összefoglalás	84 óra
Az összes óraszám	192 óra

1. témakör	Számhalmazok	Órakeret 6 óra
-------------------	---------------------	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Számhalmazok. Számhalmazok bővítésének szükségessége a természetes számoktól a komplex számokig. Algebrai számok, transzcendens számok.		<i>Filozófia:</i> Gondolati rendszerek felépítése. Bizonyíthatóság.
Halmazok számossága. Halmazok ekvivalenciája. Végtelen és véges halmazok. Megszámlálható és nem megszámlálható halmazok. Kontinuum-sejtés. <i>Matematikatörténet:</i> Cantor, Hilbert, Gödel.	Ismer példát véges, megszámlálhatóan végtelen és nem megszámlálhatóan végtelen halmazra. Ismeri a megszámlálhatóan végtelen halmaz definícióját. Egyszerűbb esetekben bizonyítani tudja, hogy egy halmaz számossága megszámlálhatóan végtelen.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Halmazok számossága.	
Javasolt tevékenységek	– Barkochba játék – A „végtelen szálloda”, mint modell – Megszámlálhatóan végtelen számosságú halmazok elemei között egyértelmű hozzárendelés felfedeztetése, például a pozitív természetes számok halmazának számossága megegyezik a pozitív páros számok halmazának számosságával	

2. témakör	Gondolkodási módszerek	Órakeret 8 óra
-------------------	-------------------------------	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
A matematika felépítése. Fogalmak, alapfogalmak, axiómák, tételek, sejtések. Műveletek a matematikában. Műveleti tulajdonságok. Relációk a matematikában és a mindennapi életben. Relációtulajdonságok.		Filozófia: Gondolati rendszerek felépítése. Állítások igazolásának szükségessége.
Bizonyítási módszerek áttekintése. Direkt, indirekt bizonyítás, logikai szita formula, skatulya elv, teljes indukció. Tételek megfordítása.	Ismerje az alábbi bizonyítási típusokat és tudjon példát mondani alkalmazásukra: direkt és indirekt bizonyítás, skatulyaelv, teljes indukció.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Reláció, bizonyítási módszerek.	
Javasolt tevékenységek	– „Bírósági tárgyalás”, ahol az osztály tanulói a védők és a vádlók egy állítás indoklására, cáfolására – „Mit állít a szigetlakó?”, „Ki volt a tettes, ha...?” típusú feladatok eljátszása, megoldása csoportmunkában – Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő” – Stratégiai játékok, például egyszerű NIM játékok, táblás játékok	

3. témakör	Sorozatok	Órakeret 28 óra
-------------------	------------------	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Korábbi ismeretek rendszerező ismétlése. Sorozat megadása rekurzióval – Fibonacci-sorozat. Rekurzív sorozat n-edik elemének megadása. Számtani sorozat. A számtani sorozat n-edik tagja. A számtani sorozat első n tagjának összege. Mértani sorozat. A mértani sorozat n-edik tagja. A mértani sorozat első n tagjának összege. Számítási feladatok számtani és a mértani sorozatokra. Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal. A számtani sorozat mint lineáris és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása. Gyakorlati alkalmazások – kamatos kamat számítása. Törlesztési feladatok. Pénzügyi alapfogalmak – kamatos kamat, törlesztőrészlet, hitel, THM, gyűjtőjáradék.		<i>Informatika: algoritmusok.</i> <i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: lineáris és exponenciális folyamatok.</i> <i>Technika, életvitel és gyakorlat: hitel – adósság – eladósodás.</i>

Véges sorok összegzése. Számítási és mértani sorozatból előállított szorzatok összegzése. Teleszkópos összegek. <i>Matematikatörténet: Fibonacci.</i>		<i>Informatika: algoritmusok.</i>
Sorozatok konvergenciája. A határérték szemléletes és pontos definíciói. Műveletek konvergens sorozatokkal. Konvergens és divergens sorozatok. Az $\sqrt[n]{a}$, $\sqrt[n]{n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ sorozatok. Konvergens sorozatok tulajdonságai. Torlódási pont. Konvergens sorozatnak egy határértéke van. Minden konvergens sorozat korlátos. Monoton és korlátos sorozat konvergens. Konvergens sorozatokra vonatkozó egyenlőtlenségek. Rendőrlv.	Tud sorozatot jellemezni (korlátosság, monotonitás). Ismeri a konvergencia szemléletes fogalmát. Ismeri és alkalmazza egyszerű sorozatokban a konvergens sorozat definícióját. Alkalmazza egyszerű sorozatokban a konvergens sorozatok összegének, különbségének, szorzatának és hányadosának határértékére vonatkozó tételeket.	<i>Matematika: szemléltető szoftverek alkalmazása.</i>
Végtelen sorok. Végtelenen sor konvergenciája, összege. Végtelen mértani sor. Szakaszos végtelen tizedes tört átváltása. További példák konvergens sorokra. Teleszkópos összegek. Négyzetszámok reciprokainak összege. Példák nem konvergens sorokra. Harmonikus sor. Feltételeken konvergens sorok.	Ismeri a végtelen mértani sor fogalmát, összegét.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Sorozat, számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamat, rekurzív sorozat.	

Javasolt tevékenységek	– Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat – Szimulációs programok használata.
-------------------------------	---

4. témakör	Nevezetes egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok elemi megoldása	Órakeret 8 óra
-------------------	--	---------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Azonos egyenlőtlenségek. Nevezetes közepek közötti egyenlőtlenségek. (Többváltozós alak bizonyítása fokozatos közelítés módszerével.) Nevezetes közepek közötti egyenlőtlenségek alkalmazása szélsőérték-feladatok megoldásában. Szélsőérték-feladatok megoldása függvénytulajdonságok segítségével. (Másodfokú és trigonometrikus függvényekkel.) Szélsőérték-feladatok megoldása fokozatos közelítés módszerével. Bernoulli-egyenlőtlenség. Cauchy-egyenlőtlenség. Jensen-egyenlőtlenség. (Bizonyítás nélkül, szemléletes képpel.) Környezetvédelem: legrövidebb utak és egyéb optimális módszerek keresése.	Nevezetes közepek közötti egyenlőtlenségek alkalmazása. Szélsőérték-feladatok megoldása függvénytulajdonságok segítségével.	
Kulcsfogalmak/fogalmak	Szélsőértékhely, szélsőérték. Nevezetes közép.	

Javasolt tevékenységek	–
-------------------------------	---

5. témakör	Folytonosság, differenciálszámítás	Órakeret 26 óra
-------------------	---	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
A valós számok halmazán értelmezett függvények jellemzése. Korábbi ismeretek rendszerező ismétlése.		<i>Informatika:</i> számítógépes szoftver alkalmazása függvények grafikonjának megrajzolására.
A függvények összegének, különbségének, szorzatának és hányadosának fogalma. A függvények megszorításának (leszűkítésének) és kiterjesztésének fogalma.		
Függvény határértéke. A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói. Jelölések. Függvények véges helyen vett véges; véges helyen vett végtelen; végtelenben vett véges; végtelenben vett végtelen határértéke. A sorozatok és a függvények határértékének kapcsolata.	Ismeri a végesben vett véges, a végtelenben vett véges és a tágabb értelemben vett határérték szemléletes fogalmát. Ismeri a folytonosság szemléletes fogalmát.	<i>Informatika:</i> a határérték számítógépes becslése. <i>Fizika:</i> felhasználás $\sin x$, illetve $\tan x$ közelítésére kis szög esetében.

$\sin x$ A x függvény vizsgálata, az $x = 0$ helyen vett határértéke.		
A függvények folytonossága. Példák folytonos és nem folytonos függvényekre. A folytonosság definíciói. Intervallumon folytonos függvények. Korlátos és zárt intervallumon folytonos függvények tulajdonságai. (Bizonyítások nélkül, de ellenpéldákkal azokra az esetekre, ha az intervallum nem korlátos, nem zárt, illetve ha a függvény nem folytonos.)		<i>Fizika:</i> példák folytonos és diszkrét mennyiségekre.
Bevezető feladatok a differenciálhányados fogalmának előkészítésére. A függvénygörbe érintőjének iránytangense. A pillanatnyi sebesség meghatározása.		<i>Fizika:</i> az út-idő függvény és a pillanatnyi sebesség kapcsolata. A fluxus és az indukált feszültség kapcsolata. <i>Biológia-egészségtan:</i> populáció növekedésének átlagos sebessége.
A differenciálhatóság fogalma. A különbségi hányados függvény, a differenciálhányados (derivált), a deriváltfüggvény. Példák nem differenciálható függvényekre is. Kapcsolat a differenciálható és a folytonos függvények között. Alapfüggvények deriváltja:	Ismeri a differencia- és differenciálhányados definícióját.	<i>Fizika:</i> harmonikus rezgőmozgás kitérése, sebessége, gyorsulása – ezek kapcsolata.

Konstans függvény, x^n, trigonometrikus függvények deriváltja. Műveletek differenciálható függvényekkel. Függvény konstansszorosának deriváltja, összeg-, szorzat-, hányados-, összetett függvény deriváltja. Inverz függvény deriváltja. Exponenciális és logaritmikusfüggvény deriváltja. (Bizonyítás nélkül.) Magasabbrendű deriváltak. <i>Matematikatörténet:</i> Fermat, Leibniz, Newton, Cauchy, Weierstrass.	Bizonyítja, hogy $(x^n)' = nx^{n-1}$ ($n \in \mathbb{N}$ esetén). Ismeri a trigonometrikus függvények deriváltját. Alkalmazza az összeg-, a különbség-, a konstansszoros, a szorzat- és a hányadosfüggvény deriválási szabályait. Alkalmazza egyszerű esetekben az összetett függvény deriválási szabályát.	
A függvény tulajdonságai és a derivált kapcsolata. – Lokális növekedés, fogyás – intervallumon monoton függvény. – Szélsőérték – lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. A szükséges és az elégséges feltételek pontos megfogalmazása, alkalmazása. Középértéktételek. Rolle- és Lagrange-tétel. (Szemléletes kép.)		<i>Fizika:</i> fizikai tartalmú függvények (pl. út-idő, sebesség-idő) deriváltjainak jelentése.
Konvexitás vizsgálata deriválással. A konvexitás definíciója. Inflexiós pont. A második derivált és a konvexitás kapcsolata.		
Függvényvizsgálat differenciálszámítással. Összevetés az elemi módszerekkel.	Alkalmazza a differenciálszámítást polinomfüggvények vizsgálatára (monotonitás, szélsőérték, konvexitás).	
Gyakorlati jellegű szélsőérték-feladatok megoldása. A differenciálszámítás és az elemi módszerek összevetése.	Alkalmazza a differenciálszámítást szélsőérték-feladatok megoldására.	<i>Fizika:</i> Fermat-elv, Snellius-Descartes törvény. Fizikai jellegű

		szélsőérték-problémák.
Gyakorlati jellegű feladatok megoldása. A differenciálszámítás alkalmazása érintő egyenletének felírására.	Alkalmazza a differenciálszámítást érintő egyenletének felírására.	
Kulcsfogalmak/fogalmak	Függvényfolytonosság, -határérték. Különbségi hányados függvény, derivált, deriváltfüggvény, magasabbrendű derivált. Monotonitás, lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. Konvex, konkáv függvény.	
Javasolt tevékenységek	–	

6. témakör	Integrálszámítás	Órakeret 32 óra
-------------------	-------------------------	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
A területszámítás alapelvei. Néhány egyszerűbb alakzat területének levezetése az alapelvekből. A területszámítás módszereinek áttekintése. Területszámítási módszerek alkalmazása a matematika más témaköreiben. (Pl. geometriai bizonyításokban.)		
A felszín- és térfogatszámítás rendszerező ismételése. Hasáb, gúla, csomkakúla, kúp, csomkakúp, gömb		
Térgeometria elemei. Tetraéderekre vonatkozó tételek. (Van-e beírt, körülírt gömbje, súlypontja, magasságpontja?)		<i>Kémia:</i> kristályok. <i>Művészetek:</i> szimmetriák.

Ortogonalis tetraéder. Tetraéder és paralelepipedon. Euler-féle poliéder-tétel. (Bizonyítás nélkül.) Szabályos testek.		
Bevezető feladatok az integrál fogalmához. Függvény grafikonja alatti terület. A megtett út és a sebesség-idő grafikon alatti terület. A munka kiszámítása az erő-út grafikon alatti terület alapján.		
Alsó és felső közelítő összegek. Az intervallum felosztása, a felosztás finomítása. Közelítés véges összegekkel. A határozott integrál fogalma, jelölése. A szemléletes megközelítésre alapozva eljutás a pontos definícióig. Példa nem integrálható függvényre is. Negatív függvény határozott integrálja. A határozott integrál és a terület-előjeles terület. Az integrál közelítő kiszámítása. Számítógépes szoftver használata a határozott integrál szemléltetésére. <i>Matematikatörténet: Bernhard Riemann.</i>	Ismeri folytonos függvényekre a határozott integrál szemléletes fogalmát és tulajdonságait.	<i>Informatika: számítógépes szoftver használata.</i>
Az integrálhatóság szükséges és elegendő feltétele. Korlátos és monoton függvények integrálhatósága. A határozott integrál tulajdonságai.		<i>Fizika: A munka és a mozgási energia. Elektromos feszültség két pont között, a potenciál. Tehetetlenségi nyomaték. Alakzat tömegközéppontja. A hidrosztatikai nyomás és az</i>

		edény oldalfalára ható erő. Effektív áramerősség.
Az integrál mint a felső határ függvénye. Integrálfüggvény. Folytonos függvény integrálfüggvényének deriváltja. Kapcsolat a differenciálszámítás és az integrálszámítás között. A primitív függvény fogalma. A primitív függvények halmaza – a határozatlan integrál: – hatványfüggvény, polinomfüggvény, – trigonometrikus függvények, – exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. A Newton-Leibniz-tétel. Integrálási módszerek: Integrálás helyettesítéssel. <i>Matematikatörténet:</i> Newton, Leibniz, Euler.	Ismerje a kétoldali közelítés módszerét, az integrálfüggvény fogalmát, a primitív függvény fogalmát, valamint a Newton-Leibniz-tételt.	
Az integrálszámítás alkalmazása matematikai és fizikai problémákra. Két függvénygörbe közötti terület meghatározása. Forgástest térfogatának meghatározása. Henger, kúp, csonkakúp, gömb, gömbszelet térfogata. Az integrálás közelítő módszerei – numerikus módszerek.	Tudja polinomfüggvények, illetve a szinusz és koszinusz függvény grafikonja alatti területet kiszámolni.	<i>Fizika:</i> Potenciál, munkavégzés_elektromos, illetve gravitációs erőterben. Váltakozó áram munkája, effektív áram és feszültség. Newton munkássága.
Néhány egyszerűbb improprius integrál. Néhány hatványsor. (Formális meghatározás integrálással.)		

Hatványsorok szerepe a matematikában, fizikában, informatikában. Hogyan számolnak az egyszerű számológépek 12 jegy pontossággal?		
Kulcsfogalmak/fogalmak	Alsó- és felső közelítő összeg, határozott integrál. Primitív függvény, határozatlan integrál. Newton-Leibniz-tétel. Felszín, térfogat, forgástestek, csonkakúla, csonkakúp, gömb.	
Javasolt tevékenységek	–	

7. témakör	Rendszerező összefoglalás	Órakeret 84 óra
-------------------	----------------------------------	----------------------------

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
<i>Gondolkodási és megismerési módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok</i>		
<i>Halmazok, matematikai logika</i> Halmazok, megadási módjaik, részhalmaz, kiegészítő halmaz. Halmazok közötti műveletek. Végtelen halmazok elmélete; számosságok. Állítások, logikai értékük. Negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia. Univerzális és egzisztenciális kvantor. A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer). Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése. Halmazok eszközjellegű használata.	<i>Filozófia:</i> logika - a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, a logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez.

<i>Kombinatorika, gráfok, algoritmusok</i> Permutáció, variáció, kombináció. Binomiális tétel. Pascal háromszög. Elemi gráfelméleti ismeretek. Euler-féle poliédertétel. Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása. A bizonyítások fejlődése és a bizonyítási módszerek változása. Nevezetes sejtések. Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.	Gondolatmenet szemléltetése gráffal. Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során. Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése. Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.	<i>Filozófia</i>: gondolati rendszerek felépítése, fejlődése. <i>Filozófia</i>: szillogizmusok.
<i>Algebra és számelmélet</i>		
<i>Műveletek kifejezésekkel</i> Algebrai kifejezések átalakításai, nevezetes szorzatok. A hatványozás azonosságai. Matematikai fogalmak fejlődése, permanencia- elv. Gyökös kifejezések átalakításai. Exponenciális és logaritmikus kifejezések átalakításai. Trigonometrikus azonosságok <i>Számelmélet</i>	Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	<i>Fizika; kémia; biológia- egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> képletek használata

Oszthatósági szabályok. Számolás maradékokkal. Prímszámok. Oszthatósági feladatok megoldása. <i>Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek</i> Gyakorlati számítások. Lineáris és lineárisra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek. Exponenciális és logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Polinomok algebrája. Paraméteres egyenletek, egyenlőtlenségek. Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés. Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével. Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. (algebrai-, grafikus megoldás) Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás. Tanult egyenlettipusok és egyenlőtlenségtípusok önálló megoldása. Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek. <i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> matematikai modellek.
<i>Függvények, sorozatok, az analízis elemei</i>		
<i>Függvények</i> A függvény fogalma. Függvények rendszerezése a definiáló kifejezés szerint: konstans, lineáris, egészrész, törtrész,	Emlékezés, ismeretek mozgósítása.	<i>Informatika:</i> számítógépes programok használata függvények ábrázolására, vizsgálatára.

másodfokú, abszolútérték, exponenciális, logaritmus, trigonometrikus függvények. Függvények rendszerezése tulajdonságaik szerint. Függvénytranszformációk. $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen. Valós folyamatok elemzése függvénytan modellek szerint. <i>Sorozatok, sorok</i> A sorozat fogalma. Számítási, mértani sorozat. Rekurzióval megadott egyéb sorozatok. Sorozatok monotonitása, konvergenciája. A végtelen mértani sor. <i>Analízis</i> Függvények korlátossága és monotonitása. Függvény határértéke, folytonossága. Differenciálhányados, derivált függvény. Differenciálási szabályok. L'Hospital-szabály. Függvényvizsgálat differenciálás segítségével. Szélsőérték-meghatározási módok. A tanult függvények primitív függvényei. Integrálási módszerek. A határozott integrál. Newton–Leibniz-tétel. A határozott integrál alkalmazásai. Improprius integrál.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk. Függvények használata valós folyamatok elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	<i>Fizika:</i> Az analízis alkalmazásai a fizikában. A matematika és a fizika kölcsönhatása az analízis módszereinek kialakulásában.
<i>Geometria</i>		

<i>Geometriai alapfogalmak</i> Tételek köcsönös helyzete, távolsága, szöge. <i>Geometriai alakzatok, bizonyítások</i> Nevezetes pontthalmazok. Síkidomok, testek, tulajdonságaik. Elemi sík- és térgeometriai tételek. <i>Geometriai transzformációk</i> Egybevágósági és hasonlósági transzformációk, tulajdonságaik. Szerepük a bizonyításokban és a szerkesztésekben. Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák. <i>Háromszögek</i> Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések. <i>Négyszögek</i> Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai. Sokszögek Sokszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok. <i>Kör</i> Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása. Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben. Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.	<i>Művészetek:</i> szimmetriák, aranymetszés. <i>Informatika:</i> számítógépes geometriai programok használata.
---	---	---

Számítási feladatok. <i>Vektorok, trigonometria, koordináta-geometria</i> Vektor fogalma, műveletek a vektorok körében. <i>Matematikatörténet:</i> A vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n-esig. Matematikai fogalmak fejlődésének követése. Vektorfelbontás, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. Hegyesszög szögfüggvényei. Szinusz- és koszinusztétel. A háromszög hiányzó adatainak kiszámolása. Trigonometrikus azonosságok. Az egyenes egyenletei, egyenletrendszere (síkban és térben). A kör egyenletei. A kúpszeletek definíciója, egyenleteik. Két alakzat közös pontja. <i>Matematikatörténet:</i> nevezetes szerkeszthetőségi problémák. <i>Geometriai mértékek</i> A hosszúság és a szög mértékei. Kiszámolási módjaik. A kétoldali közelítés módszere. A terület fogalma és kiszámítási módjai. A felszín és térfogat fogalma és kiszámítási módjai. Az integrálszámítás felhasználása alakzatok mértékének kiszámításához.	Geometria és algebra összekapcsolása.	
<i>Valószínűség-számítás, statisztika</i>		

<i>Statisztika</i> Statisztikai alapfogalmak: módusz, medián, átlag, szórás. Eseményalgebra és műveleti tulajdonságai. Teljes eseményrendszer. A matematika különböző területeinek összekapcsolása: Boole-algebra. Grafikonok, táblázatok, diagrammok készítése és olvasása. <i>Valószínűségszámítás</i> Valószínűségi kísérletek, gyakoriság, relatív gyakoriság. A valószínűség kiszámítási módjai. Feltételes valószínűség. Mintavételi feladatok klasszikus modell alapján. Szerepük a mindennapi életben. A véletlen szabályszerűségei, a nagy számok törvénye. A közvéleménykutatás elemei.	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése. A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazműveletek, logikai műveletek és események közötti műveletek összekapcsolása. A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	<i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbázis-kezelő program használata. <i>Fizika:</i> fizikai jelenségek valószínűség-számítási modellje. <i>Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan:</i> szenvedélybetegségek és rizikófaktor.
<i>Motivációs témakörök</i>		
Néhány matematikatörténeti szemelvény. A matematikatörténet néhány érdekes problémájának áttekintése. (Pl. Rényi Alfréd: Dialógusok a matematikáról.) Matematikusokkal kapcsolatos történetek. Matematika alapú játékok. Logikai feladványok, konstrukciós feladatok. A matematika néhány filozófiai kérdése.		<i>Informatika:</i> könyvtárhasználat, internethasználat.

A matematika fejlődésének külső és belső hajtóerői. Néhány megoldatlan és megoldhatatlan probléma.		
Kulcsfogalmak/fogalmak	Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Tételelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.	
Javasolt tevékenységek	–	

Tanulási eredmények	<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i> – Halmazok számosságával kapcsolatos ismeretek áttekintése. – A kombinatorikai problémák rendszerezése. – Bizonyítási módszerek áttekintése. – A gráfok eszköz jellegű használata probléma megoldásában. <i>Számelmélet, algebra</i> – A kiterjesztett gyök-, és hatványfogalom ismerete. – A logaritmus fogalmának ismerete. – A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben, probléma megoldása céljából. – Exponenciális és logaritmusos egyenletek megoldása, ellenőrzése. – Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása. – Egyenletek ekvivalenciájának áttekintése. – A számológép biztos használata. <i>Függvények, az analízis elemei</i> – Exponenciális-, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése.
--------------------------------	---

	– Függvénytranszformációk. – Exponenciális folyamatok matematikai modellje. – A számtani és a mértani sorozat. Rekurzív sorozatok. – Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése. – Sorozatok vizsgálata monotonitás, korlátosság, határérték szempontjából. Véges és végtelen sorok összegzése. – A függvények vizsgálata, jellemzése elemi eszközökkel és differenciálszámítás használatával. – Az integrálszámítás használata, gyakorlati alkalmazása. <i>Geometria</i> – Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták. – Két vektor skaláris szorzata, vektoriális szorzata. – Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása. – A geometriai és algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör, egyenes, parabola egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása. – Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése. – Távolság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása. <i>Valószínűség, statisztika</i> – Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében. – A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módja. – Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása. <i>Összességében</i> – A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat. – Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.
--	---

	– Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni. – Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket. – Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni. – A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket. – A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére. – A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége. – A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek a matematika alapvető kultúrtörténeti ismereteivel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.
--	--

9. nyelvi előkészítő évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	2 óra
2. Számтан, algebra	35 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	15 óra
4. Geometria	13 óra
5. Valószínűség, statisztika	1 óra
Összefoglalásra, gyakorlásra, ismétlésre szánt órakeret	6 óra
Az össz óraszám	72 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 2 óra + folyamatos
Előzetes tudás	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valós számok halmazának ismerete. Kommunikáció, együttműködés. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség fejlesztése.	

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Halmazok megadásának különböző módjai. Üres halmaz, véges és végtelen halmazok. <i>Matematikatörténet: Cantor.</i>	Annak megértése, hogy csak a véges halmazok elemszáma adható meg természetes számmal.	<i>Német nemzetiségi népismeret:</i> halmazok megadása a hagyományos népi élet köréből
Részhalmaz. Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Halmazok egyenlősége, halmazok közötti viszonyok megjelenítése.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása. Elnevezések megtanulása, definíciókra való emlékezés.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak, hangok rendszerezése. <i>Biológia-egészségtan:</i> halmazműveletek alkalmazása a rendszertanban. <i>Kémia:</i> anyagok csoportosítása.
A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok. A számírás története.	A megismert számhalmazok áttekintése. Természetes számok, egész számok, racionális számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen.	<i>Informatika:</i> számábrázolás (problémamegoldás táblázatkezelővel).

Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	<i>Német nemzetiségi népismeret:</i> feladatszövegek a magyarországi németek történelme, szokásai, hagyományai felhasználásával <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> egészséges életmódra és a családi életre nevelés.
Kulcsfogalmak/fogalmak	Unió, metszet, különbség. Részhalmaz, üres halmaz. Számhalmazok (természetes számok, egész számok, racionális számok).	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra	Órakeret 35 óra
Előzetes tudás	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján elsőfokú egyismeretlenes egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.	

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és –megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Elsőfokú egyenletek megoldása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.
---	--

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Számelmélet elemei. Tudja definiálni és alkalmazni az oszthatósági alapfogalmakat (osztó, többszörös, prímszám, összetett szám). A tanult oszthatósági szabályok (2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 számokra vonatkozóan). Prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímek. <i>Matematikatörténeti és számelméleti érdekességek:</i> (pl. végtelen sok prímszám létezik, tökéletes számok, Eukleidész, Mersenne, Euler, Fermat)	A tanult oszthatósági szabályok rendszerezése. Prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása a felbontás segítségével. A számelmélet alaptételének alkalmazása feladatokban. Egyszerű oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása. Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása. Érvelés.	<i>Fizika, elektronika:</i> Kódolás, dekódolás titkosítás (kriptográfia), elektronikus eszközök biztonságtechnikai megoldásai prímszámokkal
Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.	Fogalmi általánosítás: a korábbi definíció kiterjesztése.	
A hatványozás azonosságai.	Korábbi ismeretekre való emlékezés.	
Számok abszolút értéke.	Egyenértékű definíció (távolsággal adott definícióval).	<i>Fizika:</i> hőmérséklet, elektromos töltés, áram, feszültség előjeles értelmezése.

Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási szabályok, zárójelek használata.	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása.	
$(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$ polinom alakja, $a^2 - b^2$, $a^3 - b^3$ szorzat alakja. Azonosság fogalma.	Ismeretek tudatos memorizálása (azonosságok). Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.	<i>Fizika</i> : számítási feladatok megoldása (pl. munkatétel).
Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre. Ismerje a polinom fokszámát, fokszám szerint rendezett alakját. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya. Algebrai kifejezések egyszerűbb alakra hozása.	Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszerűsítése, bővítése, törtek összeadása, kivonása, szorzása, osztása).	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan</i> : számítási feladatok.
Elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása különböző módszerekkel (lebontogatás, mérlegelv, szorzattá alakítás, értelmezési tartomány és értékkészlet vizsgálata, grafikus módszer).	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása, kiegészítése. Módszerek tudatos kiválasztása és alkalmazása.	
Elsőfokú egyenletre vezető szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból. Tudjon arányossági feladatokat megoldani.	Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele).	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan</i> : számítási feladatok. <i>Informatika</i> : problémamegoldás táblázatkezelővel. <i>Földrajz</i> : a pénzvilág működése.

	A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása. A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tudatos élelmiszer-választás, becslések, mérések, számítások. <i>Társadalmi, állampolgári és gazdasági ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások. <i>Fizika:</i> kinematika, dinamika. <i>Kémia:</i> százalékos keverési feladatok. <i>Német nemzetiségi népismeret:</i> szöveges feladatok a magyarországi németek történelme, szokásai, hagyományai felhasználásával.
Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekből.	A képlet értelmének, jelentőségének belátása. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.	<i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése.
Egy abszolútértéket tartalmazó egyenletek. $ a \cdot x + b = cx + d$	Definíciókra való emlékezés.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Hatvány. Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú egyenlet. Egyenlőtlenség.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 14 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.	

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.
---	---

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
A függvény megadása, elemi tulajdonságai (értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, paritás). Helyettesítési érték számolása.	Ismeretek tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak). Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> időben lejátszódó folyamatok leírása, elemzése. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata, adatkezelés táblázatkezelővel.
A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosságot leíró függvény. A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban.	Táblázatok készítése adott szabálynak, összefüggésnek megfelelően. Időben lejátszódó történések megfigyelése, a változás megfogalmazása. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapi életben (pl. egységár, a változás sebessége). Lineáris függvény ábrázolása paraméterei alapján. Számítógép használata a lineáris folyamat megjelenítésében.	<i>Fizika:</i> időben lineáris folyamatok vizsgálata, a változás sebessége. <i>Kémia:</i> egyenes arányosság. <i>Informatika:</i> táblázatkezelés.
Az abszolútérték-függvény. Az $x \mapsto ax + b + c$ függvény grafikonja, tulajdonságai ($a \neq 0$).	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	

A négyzetgyökfüggvény. Az $x \mapsto \sqrt{x}$ ($x \geq 0$) függvény grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	<i>Fizika:</i> matematikai inga lengésideje
A fordított arányosság függvénye. $x \mapsto \frac{a}{x}$ ($ax \neq 0$) grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	<i>Fizika:</i> ideális gáz, izoterma. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Az $x \mapsto ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \mapsto a(x-u)^2 + v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Az $x \mapsto x^3$ harmadfokú függvény grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	
Tudja egyszerű függvények esetén $f(x) = c$ alapján az x -et meghatározni.		
Függvények alkalmazása.	Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata. Számítógép alkalmazása (pl. függvényrajzoló program). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Fizika:</i> kinematika. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.

Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása.	Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számítógépes program használata.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz: számítási feladatok.</i>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény. Valós függvény. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőértékhely, szélsőérték. Alapfüggvény. Függvénytranszformáció. Lineáris kapcsolat. Meredekség. Grafikus megoldás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 30 óra
Előzetes tudás	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. Az egybevágósági transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
Geometriai alapfogalmak. Tételek, távolságok és szögek értelmezése, fogalma. Ismerje és használja megfelelően az alapfogalom, axióma, definiált fogalom, bizonyított tétel fogalmát. Ismerje a szögek nagyság szerinti osztályozását és a nevezetes szögpárokat. Tudja a tételek távolságára és szögére (pont és egyenes, pont és sík, párhuzamos egyenesek, párhuzamos síkok távolsága; két egyenes, egyenes és sík, két sík hajlásszöge) vonatkozó meghatározásokat. Tudja a kör, gömb, szakaszfelező merőleges, szögfelező fogalmát. Ismerje a kerület és a terület szemléletes fogalmát.	Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok, testek. Vázlat készítése.	
Tudja csoportosítani a háromszögeket oldalak és szögek szerint. Ismerje és alkalmazza az alapvető összefüggéseket háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között (háromszög-egyenlőtlenség, belső, illetve külső szögek összege, nagyobb oldallal szemben nagyobb szög van). Ismerje és alkalmazza speciális háromszögek tulajdonságait. A háromszög nevezetes vonalai, körei. Oldalfelező merőlegesek, belső szögfelezők, magasságvonalak, súlyvonalak, középvonalak tulajdonságai. Körülírt kör, beírt kör.	A definíciók és tételek pontos ismerete, alkalmazása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).

Háromszög területének kiszámítása a $T = \frac{a \cdot m_a}{2}$ képlet segítségével. <i>Matematikatörténet:</i> Euler-egyenés, Feuerbach-kör bemutatása (interaktív szerkesztőprogrammal, bizonyítás nélkül).		
Ismerje a négyszögek fajtáit és tulajdonságait. Nevezetes négyszögek területének számítása. Konvex síknégyszög belső és külső szögeinek összege.	Alkalmazza ismereteit egyszerű feladatokban.	
Konvex sokszögek általános tulajdonságai. Átlók száma, belső, illetve külső szögek összege. Szabályos sokszög belső szöge. Szabályos sokszögek kerületének és területének számítása.	Fogalmak alkotása specializálással: konvex sokszög, szabályos sokszög.	
Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körcikk, körszelet. Szelő, érintő. Tudja és használja, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, s hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak.	Fogalmak pontos ismerete.	<i>Fizika:</i> körmozgás, a körpályán mozgó test sebessége. <i>Vizuális kultúra:</i> építészeti stílusok.
A kör kerülete. A körív hossza. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között (szemlélet alapján).	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatként vizsgálata.	<i>Fizika:</i> körmozgás sebessége, szögsebessége. <i>Földrajz:</i> távolság a Föld két pontja között.

A kör és a körcikk területe. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között (szemlélet alapján).	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatként vizsgálata.	
A szög mérése. A szög ívmértéke.	Mérés, mérési elvek megismerése. Mértékegységválasztás, mérőszám.	<i>Fizika:</i> szögsebesség, körmozgás, rezgőmozgás. <i>Földrajz:</i> tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás.
Thalész tétele, és alkalmazásai. A matematika mint kulturális örökség.	Ismeretek tudatos memorizálása. Állítás és megfordításának gyakorlása.	
Pitagorasz-tétel alkalmazásai. (Koordináta-geometria előkészítése.)	Ismeretek mozgósítása, rendszerezése problémamegoldás érdekében. Állítás és megfordításának gyakorlása.	<i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre.
A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai. A geometriai vektorfogalom.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	<i>Fizika:</i> elmozdulásvektor, forgások. <i>Földrajz:</i> bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.
Egybevágóság, szimmetria. Ismerje és tudja alkalmazni feladatokban a háromszögek egybevágósági alapeseteit.	Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyakban.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata. <i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok.

		<i>Biológia-egészségtan:</i> az emberi test síkjai, szimmetriája.
Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriák szerint. Szabályos sokszögek.	Fogalmak alkotása specializálással.	<i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok.
Egyszerű szerkesztési feladatok.	Szerkesztési eljárások gyakorlása. Szerkesztési terv készítése, ellenőrzés. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Pontos, esztétikus munkára nevelés.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Kulcsfogalmak/fogalmak	Tér, sík, egyenes, pont. Sokszög. Háromszög, négyszög, speciális háromszög, speciális négyszög. Belső szög, külső szög, átló. Kerület, terület. Egybevágó. Szimmetria. Vektor.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 5 óra
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

Fejlesztési feladatok és ismeretek	Tanulási eredmények	Kapcsolódási pontok
---	----------------------------	----------------------------

Statisztikai adatok és ábrázolásuk (gyakoriság, relatív gyakoriság, eloszlás, kördiagram, oszlopdiagram, vonaldiagram).	Adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése. Diagramok, táblázatok olvasása, készítése. Grafikai szervezők összevetése más formátumú dokumentumokkal, következtetések levonása írott, ábrázolt és számszerű információ összekapcsolásával. Számítógép használata.	<i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). <i>Földrajz:</i> időjárás, éghajlati és gazdasági statisztikák.
Adatsokaságok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem.	A statisztikai mutatók nyújtotta információk helyes értelmezése. Nagy adathalmaz vizsgálata kevés statisztikai jellemzővel: előnyök és hátrányok.	<i>Informatika:</i> statisztikai adatelemzés.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Adat. Diagram, táblázat. Módusz, medián, átlag, terjedelem. Gyakoriság, relatív gyakoriság.	

A fejlesztés várt eredményei a 9. nyelvi előkészítő évfolyam végén	<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i> – Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Tudjon definíciókat és tételeket pontosan megfogalmazni. <i>Számтан, algebra</i>
---	---

	– Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok. – Elsőfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése. – Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése. – A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére. <i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i> – A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete. – A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon). – Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása. – Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján. – Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség. – A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta- rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is. <i>Geometria</i> – Tételek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése. – Nevezetes pont-halmazok ismerete, szerkesztésük. – A tanult egybevágósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete. – Egybevágó alakzatok; két egybevágó alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, terület, terület).
--	---

- Szimmetria ismerete, használata.
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök).
- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel.
- Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete.
- Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal.
- Kerület és terület szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.
- A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődik a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége.
- A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.
- A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

Valószínűség, statisztika

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása.
- A statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődik. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábráról adatsokaság jellemzőit leolvasni.

TARTALOMJEGYÉK

Általános iskola 1-4. évfolyama	5
1. évfolyam	15
2. évfolyam	51
3. évfolyam	91
4. évfolyam	144
Általános iskola 5-8. évfolyama	197
5. évfolyam	203
6. évfolyam	230
7. évfolyam	256
8. évfolyam	277
Gimnázium 9-12. évfolyama	294
9. évfolyam	302
10. évfolyam	328

11. évfolyam	357
12. évfolyam	384
11. évfolyam – emelt szintű	398
12. évfolyam – emelt szintű	427
9. nyelvi előkészítő évfolyam	449